

PENTOMINO

Een boekje met wiskundige
vragen en opdrachten voor
Havo 3



Gemaakt door:

Harm Bakker
Peter Vaandrager
April 2002.

Met dank aan mevr.O. De Meulemeester
van KSO Glorieux uit Ronse in België.

Namen:

Klas:



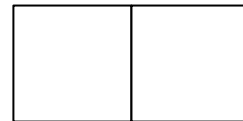
Geschiedenis en inleiding

In 1953 introduceerde Solomon W. Golomb, toen student aan de Harvard Universiteit, de term polyomino voor figuren die gevormd worden door vierkanten met lengte 1 samen te voegen.

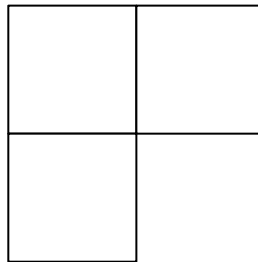
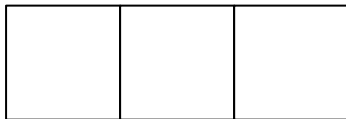
Eén vierkant noemde hij een monomino.



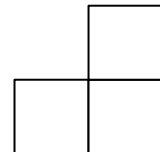
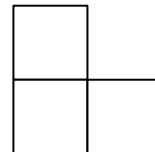
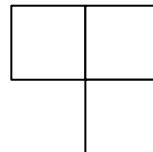
Een domino bestaat uit twee vierkanten.



Voor een triomino heb je dus drie vierkanten nodig. Je kunt dan twee verschillende figuren maken.



Let op: draaiingen/of spiegelingen tellen niet mee, dus de triomino's die hiernaast getekend zijn, zijn gelijk aan de triomino die hierboven getekend is.



Een figuur met vier vierkanten wordt een tetromino genoemd.

Opdracht 1:

Teken de 5 verschillende tetromino's.

Een figuur bestaande uit vijf vierkanten wordt een pentomino genoemd.

Opdracht 2:

Teken alle mogelijke pentomino's. Doe dit systematisch zodat je niets overslaat en niets dubbel tekent.

Lever dit blad in en vraag het volgende blad.



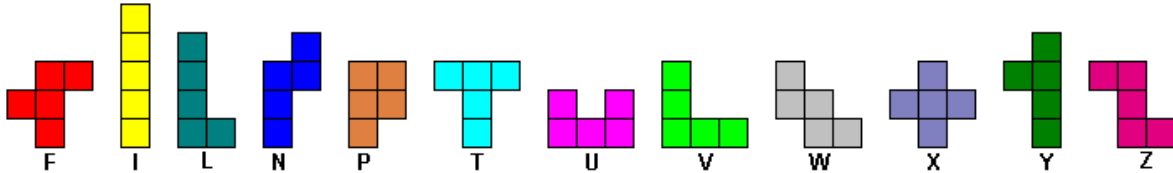
Namen:

Klas:



Pentomino en rechthoeken.

Hieronder zie je alle mogelijke pentomino's. De ontdekker Golomb kende aan elk pentomino een letter toe.



Je kunt van de pentomino's rechthoeken maken. Elk pentomino mag hooguit één keer gebruikt worden.

Vraag 1:

Wat is de kleinste oppervlakte van een mogelijke rechthoek, waarbij je minstens twee pentomino's gebruikt?

Antwoord:

Er zijn 12 pentomino's die elk een oppervlakte hebben van 5, dus de grootste mogelijke rechthoeken hebben een oppervlakte van 60.

Vraag 2:

Waarom is het niet mogelijk een rechthoek met oppervlakte van 60 te maken waarvan de breedte 1 of 2 is?

Antwoord:

Vraag 3:

Wat zijn de mogelijke afmetingen van een rechthoek waarbij alle pentomino's één keer gebruikt worden.

Antwoord:

Opdracht 3:

Probeer een rechthoek te maken met een oppervlakte van 60. Kies één van de antwoorden van vraag 3.

Teken je oplossing op ruitjespapier, gebruik verschillende kleuren voor de pentomino's. Vergeet niet de namen op het papier te schrijven.

Vraag 4:

Jullie hebben een kleinste oppervlakte gevonden en de grootste oppervlakte is 60. Waarom kun je geen rechthoek maken met een oppervlakte van 32? Geef een toelichting.

Antwoord:



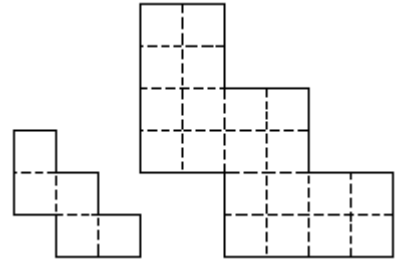
Namen:

Klas:



Pentomino en gelijkvormigheid.

Hiernaast zie je het W-pentomino uitvergroot. Alle afmetingen zijn 2 keer zo groot gemaakt.



Vraag 5:

Hoe groot is de oppervlakte van de grote W?

Antwoord:

De uitvergroete W is te maken met verschillende pentomino's.

Vraag 6:

Hoeveel pentomino's heb je daarvoor nodig?

Antwoord:

Opdracht 4:

Laat zien met welke pentomino's je de vergrote W kunt maken.

Vraag 7:

Je hebt een set met pentomino's. Je wilt een pentomino uitvergroten door alle afmetingen met een getal te vermenigvuldigen. Wat is het grootste getal waarmee je kunt vermenigvuldigen en waarom?

Antwoord:



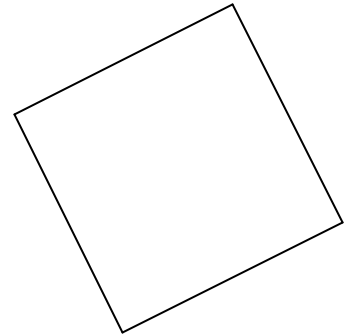
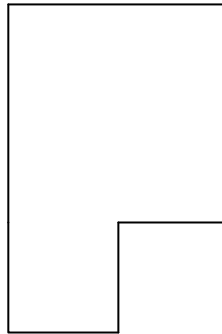
Namen:

Klas:



Pentomino, wortels en Pythagoras.

Door twee stukken van het P-pentomino af te snijden en op een andere plek vast te plakken, kun je een vierkant krijgen. De oppervlakte van beide figuren is hetzelfde, namelijk 5.



Vraag 8:

Wat is de lengte van de zijden van het vierkant?

Antwoord:

Vraag 9:

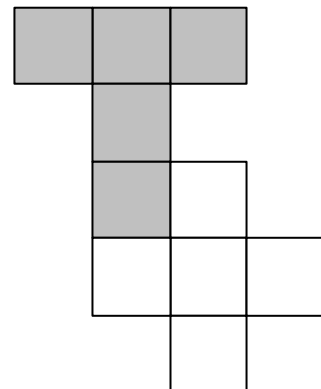
Er is een rechthoekige driehoek, waarvan de schuine (lange) zijde de lengte heeft van vraag 8 en de rechthoekszijden hebben een lengte die een geheel getal is. Welke lengten hebben de rechthoekszijden dan?

Antwoord:

Opdracht 5:

Neem beide figuren over op ruitjes papier. Teken in het P-pentomino de lijnen waar langs je moet knippen om het vierkant te krijgen. Geef ook in het vierkant aan waar die stukken zitten.

Hiernaast zie je het gecombineerde T- en X-pentomino. Van dit figuur kun je een vierkant maken door twee stukken af te snijden en ergens anders weer vast te plakken.



Vraag 10:

Wat wordt de oppervlakte van het vierkant en wat wordt dus de lengte van de zijde van het vierkant?

Antwoord:

Opdracht 6:

Maak het vierkant met het versneden T- en X-pentomino.

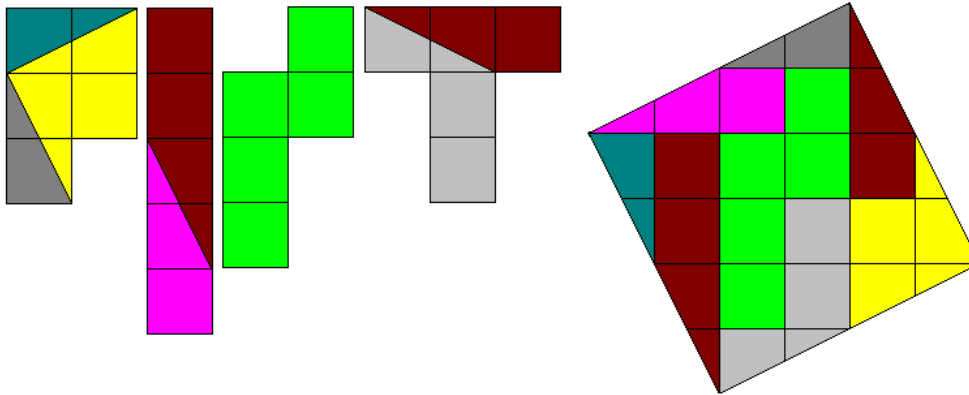


Namen:

Klas:



Met het P -, I -, N – en T – pentomino kun je een vierkant met oppervlakte van 20 maken.



Opdracht 7:

Maak het vierkant met oppervlakte van 20 zoals hierboven.

Vraag 11:

Pak het vierkant met oppervlakte 5 van opdracht 5. Hoeveel keer past dat vierkant in het vierkant met oppervlakte 20?

Antwoord:

Opdracht 8:

Geef in de 4 afzonderlijke pentomino's boven aan deze bladzijde aan waar de lengte van $\sqrt{5}$ is gebruikt. Geef ook in het vierkant aan waar de lengte van $\sqrt{5}$ zit.

Vraag 12:

Uit opdracht 8 volgt dus:

$$\sqrt{20} = \dots \sqrt{5}$$



Namen:

Klas:



Pentomino en vierkanten.

Vraag 13:

Waarom is het niet mogelijk met alle pentomino's (zonder versnijden) een vierkant te maken?

Antwoord:

Vraag 14:

Met hoeveel pentomino's kun je wel een vierkant maken?

Antwoord:

Opdracht 9:

Teken dit vierkant en de manier waarop de pentomino's hier in zitten. Geef duidelijk aan welke pentomino's je gebruikt hebt.

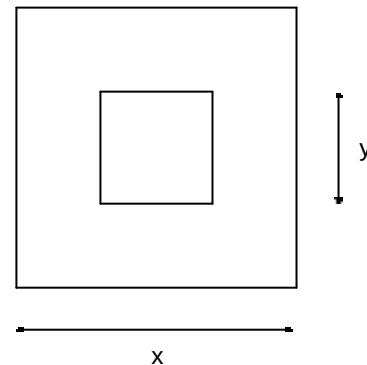
Het is wel mogelijk om met alle pentomino's een vierkant te maken. Het wordt dan een vierkant met een leeg vierkant in het midden.

Noem de lengte van het grote vierkant x en de lengte van het lege vierkant in het midden y .

Vraag 15:

Leg uit dat er moet gelden: $x^2 - y^2 = 60$

Antwoord:



Vraag 16:

Geef alle natuurlijke oplossingen van de vergelijking: $x^2 - y^2 = 60$

Antwoord:

Vraag 17:

Welke van de oplossingen uit de vorige vraag kan niet met pentomino's gemaakt worden? Waarom niet?

Antwoord:

Opdracht 10:

Laat zien hoe een andere oplossing bij vraag 16 met pentomino's te maken is.



Namen:

Klas:



Pentomino en open doosjes.

Een open doosje is een kubus waar één vlak ontbreekt.

Vraag 18:

Van welke pentomino's kun je een open doosje vouwen?

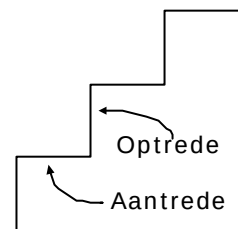
Pentomino en de taart.

Tenslotte nog één opdracht. Of eigenlijk een wedstrijd. Bij een wedstrijd hoort een prijs en dat is een **taart** voor de groep die de volgende opdracht het beste maakt.

Opdracht 11:

Maak met maximaal één set pentomino's een brug, die over een weg of rivier geplaatst kan worden. De brug moet voldoen aan de volgende eisen:

- De op- en aantreden zijn 1.
- Er mag een overloop gemaakt worden (een vlak gedeelte).
- De pentomino's moeten elkaar met minstens een zijde raken.
- De oppervlakte onder de brug moet zo groot mogelijk zijn.



De winnaar is die groep waarbij de brug aan alle eisen voldoet en waarvan de oppervlakte onder de brug het grootst is.

Veel plezier en succes!

