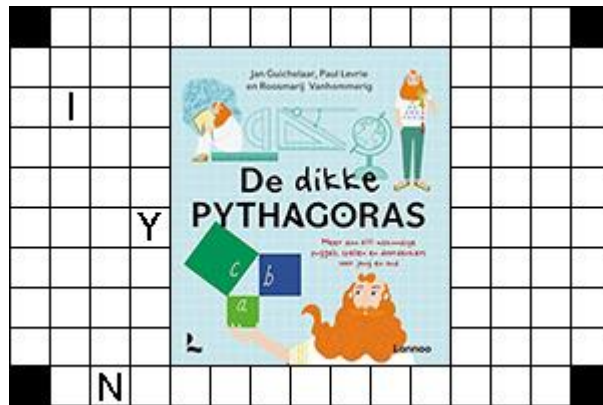
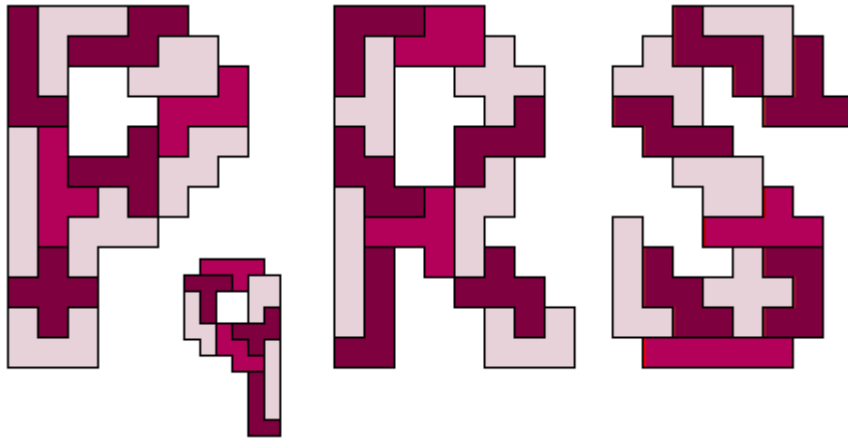


# Pythagorese



Matthijs Coster

[matthijs@pyth.eu](mailto:matthijs@pyth.eu)

Odette De Meulemeester

[OdetteDM@outlook.com](mailto:OdetteDM@outlook.com)



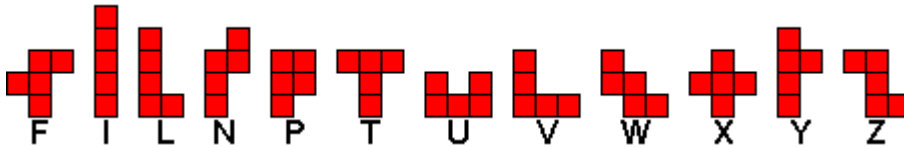
## Puzzels op het voorblad

Aad van de Wetering maakte voor ons de puzzel.

Gelijkaardige puzzels kan je vinden op <https://pentomino.classy.be/pentoesvoorblad.html>

Je kan zeker het logo van je school in de plaats zetten.

Hieronder staan de pentomino's met hun overeenkomende letters.

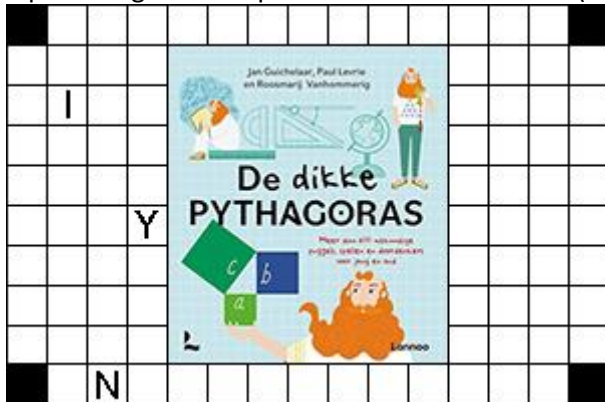


Verdeel de witte vakjes in pentomino's zodat geen twee pentomino's met dezelfde vorm (ook niet gedraaid of gespiegeld) een zijde gemeen hebben. Een vierkantje met een letter in moet deel uit maken van de pentomino met dezelfde naam (zie hierboven).

De oplossingen moet puntsymmetrisch zijn.



Tip : de te gebruiken pentomino's : 2I-2L-2N-2P (8 pentomino's)



Tip : de te gebruiken pentomino's : 4I-4L-6N-2P-2Y (18 pentomino's)

Uitleg over de spiraal staat op het einde

### Raadsel 108

Beste wensen voor **2022** met heel veel materiaal voor uitdagende wiskundelessen.

433	439	499	547
443	449	509	557
457	463	523	571
503	509	569	617

Kies één van de getallen uit de tabel. Streep de andere getallen van de rij en de kolom van dit getal door. Kies een tweede getal. (niet doorstreept). Streep de andere getallen van de rij en de kolom van dit tweede getal door. Doe dit nog een derde keer. Tel de vier overblijvende getallen op.

Door de uitstel van NWD is onze blok achterhaald, maar er is een nieuwe:

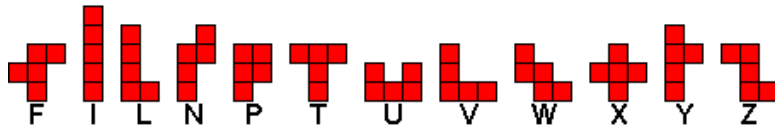
27	5	1959	430
-166	-188	1766	237
48	26	1980	451
-199	-221	1733	204

Hoe kun je zelf zo'n blok getallen maken?

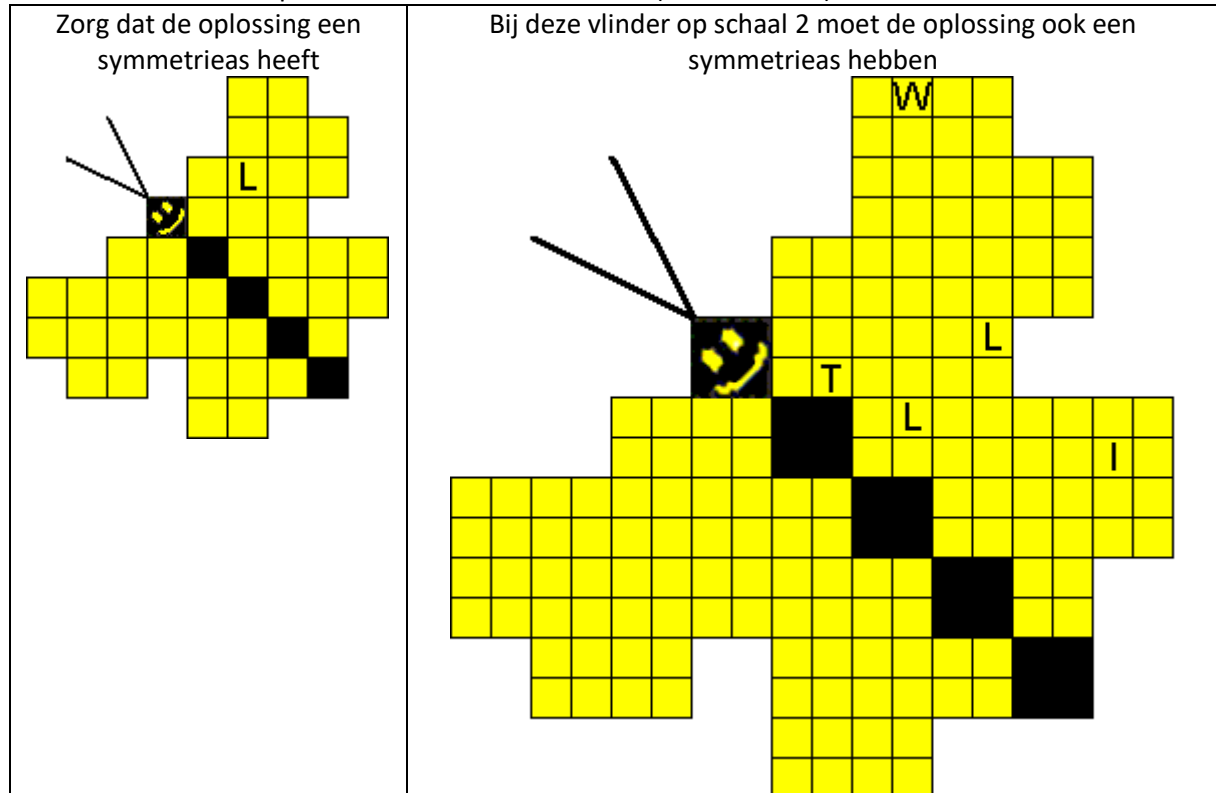
Je kan voor iedereen een aangepaste tabel maken.

## Vlinders - Pentominoes

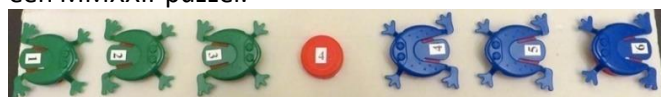
Hieronder staan de pentomino's met hun overeenkomende letters.



Vul de gele hokjes van de vlinders met pentomino's zodat geen twee pentomino's met dezelfde vorm (ook niet gedraaid of gespiegeld) een zijde gemeen hebben. Een vierkantje met een letter in moet deel uit maken van de pentomino met dezelfde naam (zie hierboven).



Merk op dat je viermaal zoveel pentomino's nodig hebt op de vlinder op schaal 2 op te vullen. Je krijgt allemaal een vlinder (die je mag houden) en stukjes waarmee je de vlinder moet opvullen. Vergeet niet dat je oplossing een symmetrieas moet bezitten. Op deze manier is de puzzel iets eenvoudiger dan oorspronkelijk. Je kan het nog eenvoudiger maken door één vleugel op te vullen. Wie als eerste van jullie twee de vlinder juist heeft opgevuld wint een kikerspel, de verliezer krijgt een MMXXII-puzzel.



Het is de bedoeling dat de groene kikkers springen naar de drie meest rechtse vakjes en de blauwe kikkers naar de drie meest linkse vakjes.

Een kikker kan de volgende sprongen uitvoeren:

- één vakje vooruit als dit vakje leeg is,
- over één kikker heen als het vakje net achter deze kikker leeg is.

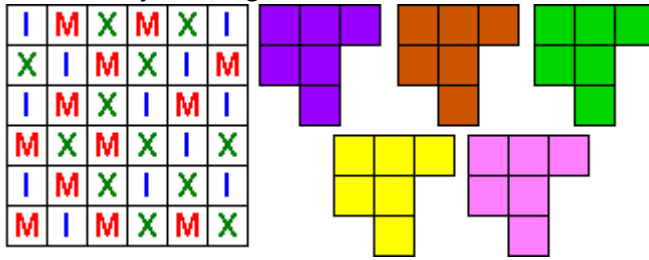
Een sprong eindigt dus steeds op een leeg vakje.

Dit moet dus het einde worden



## MMXXII-puzzel – George Sicherman

Leg de vijf stukken op het bord zonder elkaar te overlappen zodat er nog twee M's, twee X's en twee I's te zien zijn. Je mag de stukken niet draaien.

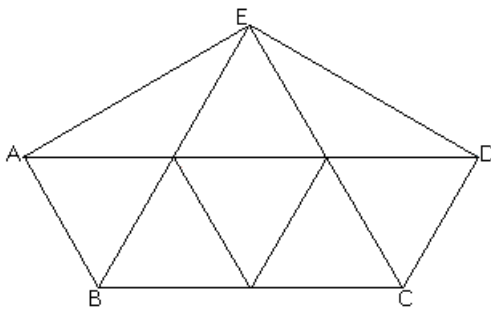


Je kan de puzzel downloaden op

<https://userpages.monmouth.com/~colonel/2022/2022.pdf>

## Diamant – Vlakvulling

60 jaar is een Diamanten feestje. Vandaar staat hieronder een diamant. We gaan wiskundig kijken naar deze diamant.



Van deze diamant zijn de volgende gegevens bekend:

(a)  $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$  en  $\hat{B} = \hat{C} = \hat{E}$

(b)  $|BC| = 2|AB| = 2|CD|$

(c)  $|AE| = |ED|$

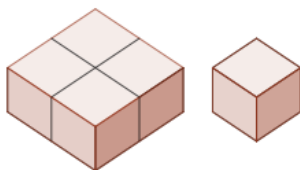
Bepaal  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$  en  $\hat{E}$

We gaan de diamant draaien (roteren) over de tophoek. Na driemaal draaien ben je weer terug in de oorspronkelijke situatie. Je kunt drie diamanten met de tophoek tegen elkaar aan leggen. Welke figuur ontstaat er?

Vervolgens is het niet moeilijk om een vlakvulling te maken met diamanten.

Indien tijd: Toon aan dat de oppervlakte van de twee driehoekjes in de top, rechts en links gelijk is aan die van de overige 6 gelijkzijdige driehoeken.

## Puzzeltje op pagina 2 + $(3! - 2)! - 3$



Maak met 6 van de grote en 3 van de kleine stukken één kubus

Wie als eerste van jullie twee de kubus heeft gemaakt is onze KAMPIOEN en wint een rebus



De verliezer krijgt een puzzeltje "Drie piramides in een kubus"

Stop de drie piramides in het doosje.



Dit is een heel mooie puzzel om te wijzen op de inhoud van een piramide. Het grondvlak en de hoogte van de piramide is het zelfde als het grondvlak en de hoogte van het doosje en met 3 van deze piramides is het doosje opgevuld.

De bouwplaat kan je vinden op

[https://www.polyhedra.net/pdf/three\\_pyramids\\_in\\_one\\_cube.pdf](https://www.polyhedra.net/pdf/three_pyramids_in_one_cube.pdf)

Oplissing

<https://www.geogebra.org/m/H14bJHPd>

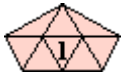
## Raadsel 91

Makkelijke versie

Leg met de stukjes die zich in je tas bevinden een vierkant.

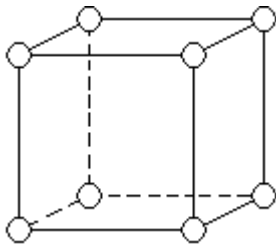


Jullie krijgen beiden een tijdschrift Pythagoras en wie als eerste van jullie twee het vierkant gevonden heeft krijgt ook nog een poster. (Deze zijn ook te koop bij stand van Pythagoras.)



## Magische kubus – puzzel 397

*Materiaal: kubus van clics met blokjes in de hoekpunten, stift en vodge*



Zet de getallen 1 tot 8 bij de hoekpunten van de kubus zodat de som van de vier hoekpunten van elk vlak gelijk is.

De kubus is gemaakt met 6 clics.



Als we zes keer de som  $x$  van elk zijvlak optellen zitten alle acht getallen drie keer in die som.

$$\text{Dus } 6x = 3 \cdot (1+2+3+4+5+6+7+8)$$

$$6x = 108$$

$$x = \frac{108}{6}$$

$$x = 18$$

Clics komen heel goed van pas om raadsels met kubussen op te lossen.

Voorbeelden:

Om te ontdekken welke hexomino's de ontvouwing van een kubus zijn.

Om de tegenover elkaar liggende vlakken van een kubus te bepalen ...

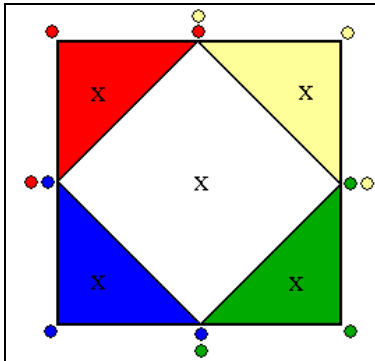
*In PQRS 1 maakten we een gelijkaardig raadsel maar dan in het vlak. Als je graag het materiaal hebt (blad en genummerde doppen) om dit mooie raadsel op te lossen mag je het meenemen (zolang de voorraad strekt).*



Het plaatje bestaat uit 4 driehoeken en één vierkant in het midden.

Plaats bij de hoekpunten de getallen 1 tot en met 8, zó dat de som van de getallen bij ieder van de driehoeken en de som van de getallen bij het vierkant, gelijk zijn

Dit raadsel bewijst de leerlingen dat het goed is van eerst te redeneren alvorens op te lossen.



Noem de som  $x$ . Als je de hoekpunten van de 4 driehoeken optelt, heb je de getallen 1 tot en met 8 en de hoekpunten van het vierkant erbij.

$$4x = 1+2+3+4+5+6+7+8+x$$

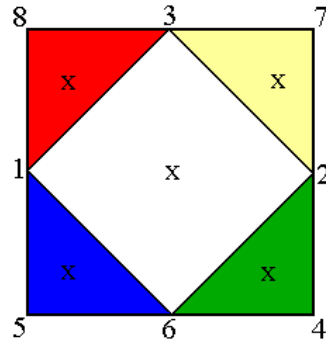
$$4x = 36+x$$

$$4x-x=36$$

$$3x = 36$$

$$x = 12$$

8 kan niet op een hoekpunt van het vierkant staan, want dan is som 12 niet meer mogelijk. 8 moet samen met 1 en 3 in een driehoek. In het vierkant kunnen nu alleen nog 2 en 6. Verder puzzelen levert dan de oplossing.



### Spellekes spelen

Materiaal: karton met negen nesten, dobbelsteen, paasei voor raadsel 415

2 paaseieren met in elk ei 2 diamanten en een munt voor raadsel 339  
invulblaadje

#### Raadsel 415



Je hebt een paasei en dat ligt in de startnest, één van de negen nesten die in een cirkel staan.

Je gooit een dobbelsteen en  $n$  komt boven. Je loopt met de klok mee langs de nestencirkel. Het aantal gegooide ogen bepaalt in welke nest je het ei legt, dus als je 2 gooit, leg je het ei twee nesten verder. Je gooit in totaal drie keer met de dobbelsteen en legt het ei drie keer in de bijbehorende nest. Hoe groot is de kans dat je bij het startnest eindigt?

Schrijf dit op het invulblaadje

Je mag elk 5 maal drie keer gooien. Kom je met één van je drie gooien terug op de startnest terecht dan heb je recht op een chocolade paasei.

#### Raadsel 339



Je hebt twee diamanten in een paasei en gooit een munt op. Als kop boven komt, mag je een diamant uit het ei nemen. Als munt boven komt, mag je er meteen alle twee de diamanten uit nemen. Bij kop moet je dus nog een keer gooien om de tweede diamant eruit te nemen. Als je beide diamanten eruit genomen hebt, is het spelletje afgelopen. Dan stop je de beide diamanten weer in het ei en doe je het spelletje nog een keer. Enzovoort.

Speel elk 10 spelletjes. Hoeveel keer heb je daarvoor gegooit?

Bereken het gemiddeld aantal keer dat je moet gooien om 10 spelletjes te spelen en schrijf dit op het invulblaadje. Stop dit in de doos "opdracht 2"

Was je beter dan het gemiddelde? Dan heb je recht op een paaseipuzzel en anders ook.

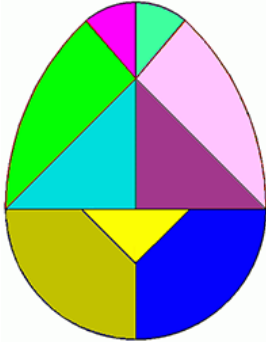
Constructie van het tangramei kan je vinden op

<https://curiosa-deel2.jouwweb.be/ei-tangram>

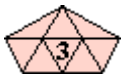
of een constructie met geogebra: <https://www.geogebra.org/m/aAnpymwu#material/PuKoJzFv>

Je kan ook stukjes verslepen op

<https://www.geogebra.org/m/ruxkm3uk> of <https://www.geogebra.org/m/xvdxzuif>



Met deze tangram kan je mooie wiskundeoefeningen bedenken o.a. het bepalen van de oppervlakte van de verschillende stukjes.



### Dobbelstenen

*Materiaal: zakje met 8 dobbelstenen voor raadsel 400 en 129, lijm, invulblaadje*

#### Raadsel 400



Bij een dobbelsteen zitten de ogen 1 en 6, 2 en 5 en 3 en 4 tegenover elkaar.

Maak met de 8 dobbelstenen een kubus van  $2 \times 2 \times 2$ . Als je schuin op de dobbelsteen kijkt zie je drie zijvlakken en dus twaalf dobbelsteenkanten. Hoeveel ogen zie je maximaal? En hoeveel minimaal?

#### Raadsel 129

Plak nu de 8 dobbelstenen aan elkaar tot één grote dobbelsteen. Doe het op zo'n manier dat je met deze dobbelsteen altijd 20 gooit.

*Schrijf jullie namen op een post-it en stop dit samen met jullie grote dobbelsteen en het invulblaadje van raadsel 400 in de doos "opdracht 3"*



### Dobbelen met Platonische veelvlakken

*Materiaal: zakje met de Platonische lichamen (de enige vijf lichamen die in alle opzichten regelmatig zijn): tetraëder (begrensd door 4 gelijkzijdige driehoeken) de hexaëder = kubus (begrensd door 6 vierkanten), de octaëder (begrensd door 8 gelijkzijdige driehoeken), de dodecaëder (begrensd door 12 regelmatige vijfhoeken) en de icosaeëder (begrensd door 20 gelijkzijdige driehoeken), invulblad*

#### Raadsel 555

*Voor dit raadsel kan je goed gebruik maken van het invulblad*



*Voor dit raadsel gebruik je de tetraëder niet.*

Op de zijvlakken zie je de getallen 1 t/m 6, 1 t/m 8, 1 t/m 12 en 1 t/m 20. Gooi alle vier de dobbelstenen tegelijk.

- Hoe groot is de kans dat je 46 gooit?
- Hoe groot is de kans dat je 5 gooit?
- Hoe groot is de kans dat je 6 gooit?

### Thodi (PQRS4)

Je kunt kiezen welke van de twee opdrachten je maakt: ofwel T1 ofwel T2

#### T1 - Triojacht

Triojacht naar een idee van Jorunn Gerritsen, student van de Hogeschool IPABO.

De vijf dobbelstenen worden geworpen en het viervlak wordt apart geplaatst. De drie getallen die niet aan de onderzijde van het viervlak staan zijn drie getallen waarop gejaagd wordt. Dat jagen gaat met behulp van de vier getallen die gegooid zijn met de andere dobbelstenen. Bij deze dobbelstenen gelden de getallen die bovenop staan. Elk van die vier getallen moet één keer gebruikt worden

tijdens de jacht. Alle bewerkingen zijn toegestaan.

Voorbeeld: Op het viervlak staan de getallen 2, 3 en 4. Met de andere stenen zijn de getallen 16, 9, 5 en 2 gegooid. Met behulp van optellen en aftrekken is de 4 te vangen:  $16+2-9-5 = 4$ . De 3 is bijvoorbeeld te vangen met  $5 \times 2 + 9 - 16 = 3$ . En de 2? Misschien ontsnapt die wel! Als je één getal vangt, krijg je 1 punt, twee getallen leveren 3 punten op en vang je het hele trio dan krijg je in één klap 5 punten. Wie 10 punten totaal heeft, heeft gewonnen.

*Vul de naam van de winnaar in en stop in doos "opdracht 4"*

### T2 - Serie gooien

We nemen nu de tetraëder, de kubus en de octaëder en werpen daarmee. Bij de tetraëder geldt het getal dat aan de onderzijde staat, bij de andere twee het getal bovenop. We kijken naar de getallen van achtereenvolgens het viervlak, de kubus, de octaëder. Alleen oplopende series tellen.

Je score is: bij een serie van twee de som van de ogen in die serie, bij een serie van drie de som van de ogen.

Voorbeeld 1: Je gooit 4, 4, 2 met achtereenvolgens de tetraëder, hexaëder, octaëder. Je hebt geen oplopende serie gegooid, dus je score is 0 punten.

Voorbeeld 2: Je gooit 3, 2, 8. Je hebt een oplopende serie van twee gegooid: 2 en 8, dus je score is  $2+8 = 10$ .

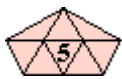
Voorbeeld 3: Je gooit 1, 2, 8. Je hebt een oplopende serie van drie gegooid, dus je score is  $1+2+8 = 11$ .  
Speel dit spel een aantal maal.

a Wat is de hoogst mogelijke score? Wat is de kans daarop?

b Wat is de kans op een serie van drie?

c Wat is de kans dat je een score 0 gooit?

*Vul het blad van opdracht 4 verder in en stop in doos "opdracht 4"*



### Alea iacta est

*Materiaal: 2 doosjes met 9 balkjes voor de dobbelsteenpuzzel*

*48 clicsblokken waarop ogen van de dobbelsteen geplakt zijn voor raadsel 581 invulblaadje*

### Dobbelsteenpuzzel

*Materiaal: 2 doosjes met 9 balkjes*

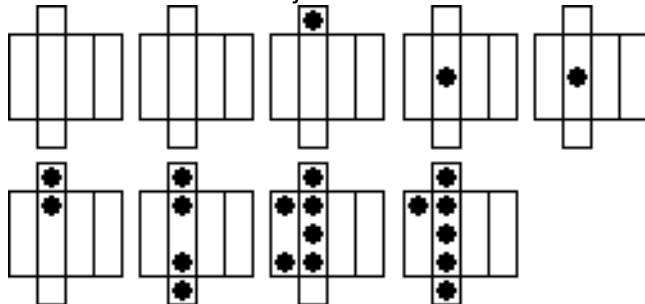


Pak elk een doosje en vorm met de 9 balkjes een dobbelsteen.

Stop de balkjes willekeurig terug.

We denken dat het ook zinvol is van zelf een puzzeltje te maken vertrekkende van een bestaande dobbelsteen. Als je (als winnaar) dit wil proberen neem je een doosje met 9 balkjes en een blaadje met 27 rondjes.

Hieronder staan de balkjes

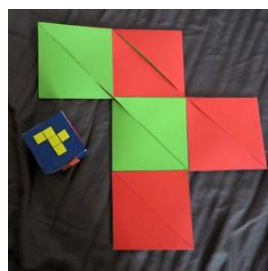


*De verliezer krijgt een pentomino-dobbelsteen en een pentominoslinger.*

De pentoslinger bestaat uit 20 congruente gelijkbenige rechthoekige driehoeken. De driehoeken zijn met kleefband aan elkaar geplakt, ook de uiteindes worden aan elkaar geplakt.







Neem de pentomino-dobbelsteen, gooi een pentomino en maak met de slinger de gevraagde pentomino. De kleefband bevindt zich altijd langs de binnenkant.

### Raadsel 581



De dobbelsteenmachine in de fabriek is van slag. Zij zet wel 1 tot en met 6 op de zijvlakken, maar doet dat volledig willekeurig. Dus niet de 1 tegenover de 6, de 2 tegenover de 5 en de 3 tegenover de 4. Hoeveel verschillende dobbelstenen kom je in de productie tegen? Twee dobbelstenen zijn gelijk als je ze zo naast elkaar kunt plaatsen dat op overeenkomstige kanten hetzelfde getal staat, anders zijn ze verschillend. (Welke richting de ogen van de dobbelstenen hebben speelt geen rol)

a) Maak met de gekregen clics alle verschillende dobbelstenen waarbij 1 en 2 tegenover elkaar staan. Hoeveel zijn er?

b) Denk nu verder na. Tegenover 1 kan ook een ander getal staan. Hoeveel verschillende dobbelstenen kom je in de productie tegen? Vul het strookje verder in en stop het in de doos "opdracht 5".



### Met de trein zou je er al zijn

Materiaal: karton die plattegrond van garage voorstelt, 9 genummerde auto's, 4 locomotiefjes, invulblaadje voor raadsel 338

### Raadsel 439

Je krijgt de plattegrond van een garage. Plaats de autootjes zoals op de foto.

(Ze staan in volgorde van 1 tot 9)

De parkeergarage wordt opgeknapt, waardoor de auto's verplaatst moeten worden van het noordelijke deel naar het zuidelijke deel. Alleen het

verbindingsdeel bij auto nr. 5 is beschikbaar. De garagehouder wil de auto's daar in omgekeerde volgorde stallen. Kun jij hem helpen?



### Raadsel 338



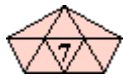
Je hebt vier locomotiefjes. Ze passen van klein naar groot in elkaar. Je kunt ze alle vier los voor je neerzetten. Je kunt ze ook alle vier in elkaar schuiven. Dan staat er maar één locomotief voor je. Maar je kunt

ze ook anders in elkaar schuiven en 2 of 3 locomotieven voor je hebben staan.

a) Op hoeveel verschillende manieren kun je de vier locomotieven voor je hebben staan?

b) Op hoeveel verschillende manieren kunnen de locomotieven in elkaar gezet worden?

Vul in en stop je antwoord in doos "opdracht 6"



### Raadsel 37

Materiaal: 3 eendjes, 3 blauwe en 2 gele paaseieren, invulblaadje



Er zijn 3 blauwe en 2 gele paaseieren.

De eendjes zwemmen na elkaar: eendje 1 voorop, dan eendje 2 en eendje 3 achteraan. De eendjes krijgen op hun rug een paasei om te vervoeren. Eendje 3 ziet het paasei van eendje 2 en dat van eendje 1. Eendje 2 ziet het paasei van eendje 1 en eendje 1 ziet geen enkel paasei. Dan zegt eendje 3: "Ik ken de kleur van mijn paasei niet." Daarop zegt eendje 2: "Ik weet evenmin welke

kleur mijn paasei heeft." Waarop eendje 1 triomfantelijk zegt: "Dan weet ik welke kleur mijn paasei heeft." Wat zegt eendje 1?

Vul dit in en stop het blaadje in doos "opdracht 7"

Hulpvragen:

Wanneer zou eendje 3 de kleur van zijn paasei weten?

In welk geval zou eendje 2 de kleur weten?



### Raadsel 45

Materiaal: 3 borden met respectievelijk 6, 7 en 8 genummerde plaatsen, een zakje met 8 haasjes, invulblaadje



Plaats 6 paashaasjes op het bord in een kring, elk op een genummerde plaats. Om de tien seconden verplaatsen 2 hazen zich, elk naar één van hun buurplaatsen. Is het mogelijk dat na verloop van tijd alle hazen op dezelfde plaats staan?

Om een mooie uitleg te vinden geef je aan de haas de nummer van de plaats waar hij staat.

Tel bij het begin alle nummers van de hazen op. (Even of oneven?)

Bekijk de som van de twee verplaatste hazen

Oorspronkelijke plaats			Nieuwe plaats		
A	B	A+B	A	B	A+B
oneven	oneven				
oneven	even				
even	oneven				
even	even				

Is na verplaatsing de totale som even of oneven?

Als de 6 hazen op dezelfde plaats zouden zitten is de som dan even of oneven?

Kan je dezelfde redenering toepassen als er 7 hazen in een kring staan? Je kan dit uit proberen op het bord met 7 genummerde plaatsen.

**Extra:**

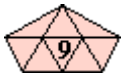
Wat denk je over het raadsel als er 8 hazen in de kring staan? Ook hiervoor heb je een bord.

Kan je de oplossing veralgemenen?

Dit raadsel kan ook een aanleiding zijn om de som te geven van de eerste n strikt positieve gehele

getallen :  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$

Vul het blaadje in en stop het in de doos "opdracht 8"



### Vrolijk Pasen

Materiaal: rond karton met 12 eitjes

2 stroken karton met 12 en 13 eitjes voor raadsel 53

#### a) Paaseispeel



12 eitjes in een cirkel, op de aangeduide plaatsen op de karton.

Om beurt neem je één of twee eitjes, die naast elkaar weg.

Wie het laatste eitje kan nemen wint het.

Is er een winnende strategie? Kan dan de eerste of de tweede altijd winnen?

Denk aan symmetrie!

Strategie niet gevonden? Kijk dan in bijgevoegde omslag. De strategie zal je zeker helpen bij het volgende raadsel.

#### b) Raadsel 53 – Nog meer eitjes

Je plaatst de eitjes naast elkaar op het karton. (Is ook heel leuk als paasversiering of paaspeel)



Dit zijn 2 speelborden: ofwel speel je met 12 eieren ofwel met 13 eitjes

Je doet beurtelings een zet. Elke zet bestaat uit het wegnemen van één of van twee eitjes die elkaars burens zijn. De speler die het laatste eitje wegneemt, wint. Kan de speler die begint door goed te spelen altijd winnen?

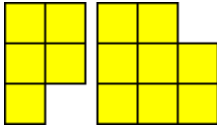


### Raadsel 91

Materiaal: 2 papieren vormen, schaar en lat

Toepassing op de stelling van Pythagoras

Neem deze twee vormen uit het doosje.



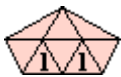
Knip elke vorm in twee stukken en vorm met de vier stukken een vierkant.

De oppervlakte van het vierkant is .....

De zijde van het vierkant is .....

Bedenk hoe je de maat van de zijde kan vinden als de lengte van de schuine zijde in een rechthoekige driehoek. Dit moeten de knippen zijn.

Gevonden? Vergelijk met de 4 stukjes die je eerder gekregen hebt. Met dit raadsel kunnen we dus heel goed differentiëren.



### Product en Som – Logisch denken

Materiaal: Nijntje met in rugzakje 2 luciferdoosjes, antwoordstrookje

#### a) Puzzel 21



Nijntje neemt twee natuurlijke, ongelijke getallen kleiner dan 10 en verschillend van nul, in gedachten. In zijn rugzak bevindt zich een luciferdoosje met daarin de som voor deelnemer 1 en een ander luciferdoosje met het product voor deelnemer 2. Na het lezen van het product kent deelnemer 2 de getallen niet. Dan zegt deelnemer 1: "Ik had vier mogelijkheden, maar doordat deelnemer 2 de getallen niet weet, weet ik ze wel".

Wat zijn de twee getallen?

Vul de onderstaande tabellen in. Ze kunnen helpen bij het oplossen van het raadsel.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									

Vul de oplossing in op het strookje

**b)Puzzel 104**

Matthijs, vader van drie kinderen , maakt een praatje met buurvrouw Laurence.

Laurence: "Zeg , hoe oud zijn jouw kinderen eigenlijk?"

Matthijs: "Als je hun leeftijden vermenigvuldigt, krijg je 36."

Laurence: "Daarmee weet ik het niet"

Matthijs: "De som van hun leeftijden is gelijk aan je huisnummer"

Laurence: "Ik kom er nog niet uit"

Matthijs: "Oké, de oudste heeft rood haar"

Laurence: "Dan weet ik het"

Hoe oud zijn de kinderen van Matthijs?

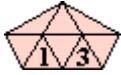
Vul de onderstaande tabel in. Ze kan helpen bij het oplossen van het raadsel.

Mogelijke leeftijden: (product 3 leeftijden moet 36 zijn)

Kind1	Kind2	Kind3	Som leeftijden

Vul de leeftijden van de kinderen in

We verloten onze Nijntjes onder de juiste oplossers. Als je graag wil deelnemen aan de loting schrijf het dan op het invulblaadje en stop dit in de doos "opdracht 11"



### Pariteitsproblemen

Materiaal: puzzel 125: één bord bestaande uit rode en groene vierkantjes, zakje met 9 stukjes, zakje met 2 stukjes met verschillende inkleuring  
 puzzel 518: een dambord, zakje met stukjes met verschillende inkleuring, invulblaadje



puzzel125

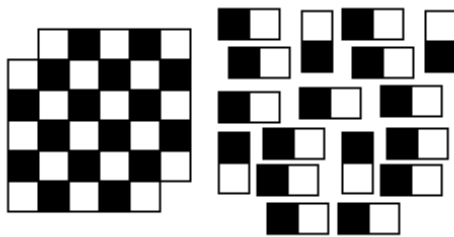


puzzel518

### Domino's op een bord

Toen Thijs Notenboom een voordracht gaf in het KSO Glorieux te Ronse (België) omdat de school de wedstrijd uit het tijdschrift Pythagoras gewonnen had, legde hij dit probleem aan de leerlingen voor.  
<https://ksoglorieux.classy.be/thijs.html>

Dit staat als 'wist je dat je' op pagina 54 in de dikke Pythagoras



Een bord van 6 bij 6 kun je eenvoudig bedekken met 18 dominostenen. Aan de eindpunten van een diagonaal knippen we twee vierkantjes weg. Het overgebleven gebied kan niet bedekt worden met 17 dominostenen.

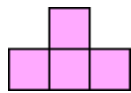
Uitleg: 17 dominostenen hebben 17 witte en 17 zwarte vakjes.

Bij inkleuring van het bord zijn er 18 witte en 16 zwarte vakjes (het kan ook 16 witte en 18 zwarte)

### Puzzel 125

Je kan een poging doen om met de 9 tetromino's het bord van 6 bij 6 te bedekken.

Beter is echter van eerst na te denken.



Leg uit dat het onmogelijk is van een vierkant van 6x6 te vullen met 9 puzzelstukjes van de vorm van nevenstaande figuur (tetromino).

Om jullie te helpen bestaat het 6x6 vierkant uit rode en groene vierkantjes.

Hoeveel zijn er van elke soort?

Bekijk de inkleuring van het gegeven stukje. (Er zijn 2 mogelijkheden)

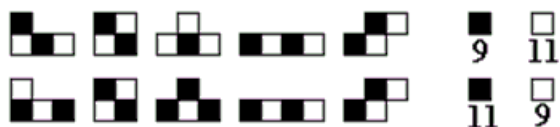
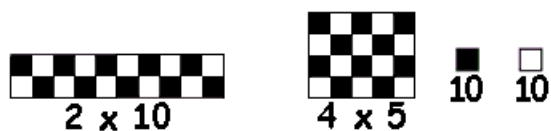
Opmerking:

Het raadsel in het boek gaat over een 10x10 bord en 25 puzzelstukjes.

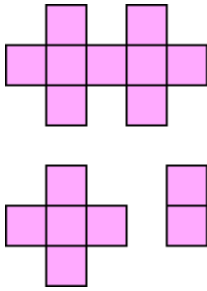
Ook hier weer een bewijs dat je met raadsels heel goed kan differentiëren.

*Uitleg gevonden? Je hebt recht op een tetrominoset waarbij je kan vragen om een rechthoek te leggen*

Een rechthoek leggen met een tetrominoset zal nooit kunnen omdat er niet dezelfde verhouding van zwarte en witte vierkantjes is.



### Puzzel 518



Je hebt drie soorten puzzelstukken, zoals in de figuur: 3 grote van 9 vierkanten groot, 3 kleinere van 5 vierkantjes groot (X-pentomino = Grieks kruis) en 29 kleine van 2 vierkantjes groot. (domino's). In totaal kun je hiermee een oppervlakte van  $3 \times 9 + 3 \times 5 + 29 \times 2 = 100$  vierkantjes bedekken. Kun je er een vierkant bord van  $10 \times 10$  mee bedekken?

Hier is geen materiaal voorzien om de puzzel te maken maar wel hulpmateriaal om eerst na te denken over de puzzel. We hebben van het  $10 \times 10$  bord een dambord gemaakt.

Er zijn dus ..... zwarte vakjes.

We hebben 29 domino's dus ..... zwarte vakjes.

De overige 6 stukjes moeten dus ..... zwarte vakjes hebben.

Hiervoor heb je een zakje met zwart-wit stukjes dat zeker van nut kan zijn. Onderzoek of het met een combinatie van stukjes mogelijk is van aan de gewenste zwarte vakjes te komen.

*Schrijf je antwoord op het invulblaadje en stop in de doos "opdracht 13"*

### Symmetriepuzzeltjes

2 grote van 9 vierkanten groot, 4 kleinere van 5 vierkantjes groot (X-pentomino = Grieks kruis) en 16 kleine van 2 vierkantjes groot. (domino's). In totaal kun je hiermee een oppervlakte van  $2 \times 9 + 4 \times 5 + 16 \times 2 = 70$  vierkantjes bedekken. Kun je er een vierkant bord van  $10 \times 10$  mee bedekken?

1) Maak hiermee een rechthoek waarbij de oplossing een symmetrieas heeft.

2) Leg een rechthoek waarbij de oplossing een symmetriemiddelpunt heeft.

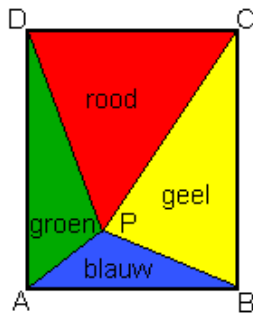


### Toepassingen op hoeken

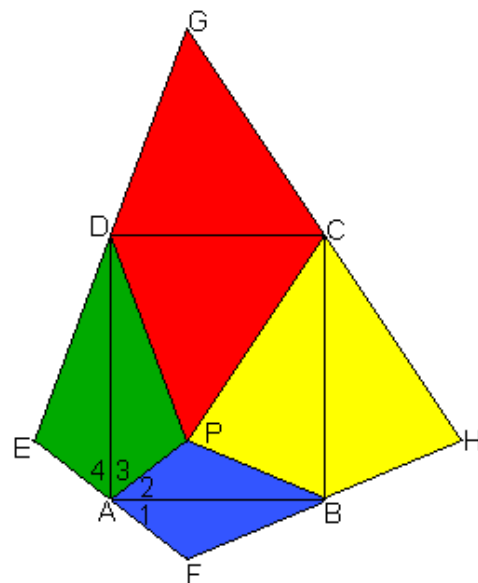
Materiaal: puzzel 332: opgevouwen papier

puzzel 572: vijf cocktailprikkers, karton en invulblaadje

#### a)Puzzel 332

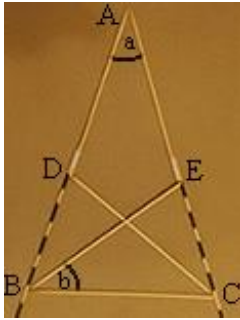


Een papier wordt opgevouwen en ziet er na het vouwen uit als de rechthoek in de figuur. De rode, blauwe, groene en gele flap zijn achtereenvolgens langs de randen CD, AB, AD en BC gevouwen naar het punt P. Vouw het papier nu weer helemaal open. Toon aan dat er dan een vierhoek ontstaat. De tekening hiernaast kan je hierbij helpen.



**b)Puzzel 572**

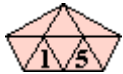
Vijf cocktailprikkers van gelijke lengte vormen samen deze symmetrische figuur. Hoe groot is de tophoek?



Duid andere hoeken aan.

Denk zeker aan de basishoeken in een gelijkbenige driehoek

Vul in en stop je invulblaadje in de doos "opdracht 14"



**Puzzel 138**

Materiaal: 4 Playmobil poppetjes (vader, moeder en 2 kinderen) en brug, zaklamp (bij gebrek aan is het soms vervangen door stok), invulblaadje.



Vader, moeder en hun kinderen Mark en Marieke moeten in het donker een gevaarlijke brug oversteken. Over de brug kunnen niet meer dan twee personen tegelijkertijd. Bovendien hebben ze maar één zaklamp, die ze voortdurend nodig hebben om bij te lichten. Ze lopen niet allemaal even snel: vader kan de oversteek maken 1 minuut, moeder in 2

minuten, Marieke is moe en doet het in 5 minuten. Mark heeft zijn enkel verstuikt en heeft 10 minuten nodig. Twee personen die tegelijk oversteken, hebben uiteraard de snelheid van de langzaamste. Hoe komt het viertal het snelst aan de overkant?

Blaadje invullen en in de doos "opdracht 15" stoppen.

**Raadsel 182 (PQRS2)**



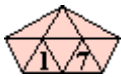
Materiaal: 6 Playmobil poppetjes (3 met zwart haar en 3 met geel haar) en bootje, invulblaadje.



Drie geelharigen en drie zwartharigen moeten naar de overkant van een rivier. Er ligt een bootje waarin plaats is voor twee personen. Op een kant van de rivier mogen er nooit meer geelharigen dan zwartharigen zijn, want anders worden de zwartharigen vermoord. Hoe bereiken ze veilig de overkant? (Je kunt de situatie naspelen met playmobil-poppetjes.)

Blaadje invullen en in de doos "opdracht 16" stoppen

vaarrichting	linkeroever	rechteroever
	gggzzz	-
→		
←		
→		
←		
→		
←		
→		
←		
→		
←		
→		
←		
→		



### Puzzel 600 (PQRS4)

Materiaal: Eén rekentrein gemaakt van clicsblokken met paasfiguurtjes



In de volgende rijen zijn de getallen allemaal natuurlijke getallen.

a) Vul de volgende rij op logische wijze aan (Denk aan de rij van Fibonacci: 1,1,2,3,5,8,13,21,... maar dan in omgekeerde volgorde): 2021, 1217, 804, 413, 391, .....

b) Maak nu zelf een rij met dezelfde eigenschap die begint met 2022 en zoveel mogelijk termen bevat.

Gevonden? Schrijf jullie getallen op de paasfiguurtjes van de rekentrein.

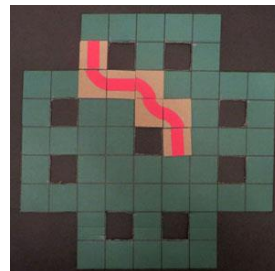
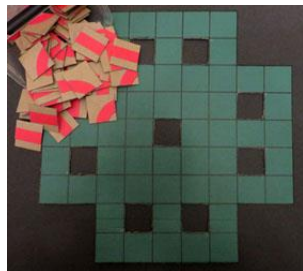
Ga naar de doos met "oplossing rekentrein" Controleer jullie oplossing. Indien juist mogen jullie de rekentrein houden. Bepaal zelf wie van jullie beiden hem meest verdient heeft.

### Raadsel 421 (PQRS 5)



Materiaal: bord, doosje met stukjes om de slang te maken, tip, invulblaadje

Indien je liever afzonderlijk zoekt mag je elk een bord en stukjes meenemen.



Een slang in een rooster wordt gevormd door een serie aan elkaar grenzende tegeltjes.

Steeds geldt dat het volgende kaartje links, rechts, boven of onder z'n voorganger geplaatst wordt.

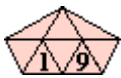
Bovendien mag je geen kaartje leggen op een vakje waar je reeds vroeger een kaartje gelegd hebt.

De slang mag zichzelf dus niet doorsnijden. Op de foto hebben we een slang gemaakt van lengte 7.

Hoe lang is de langste slang die je kan maken door op de groene hokjes kaartjes te leggen?

Ben je zeker dat jullie de langste slang gemaakt hebben en kan je dit ook verklaren?

Vul het blaadje in en stop het in de doos "opdracht 18"



### Puzzel 256 (PQRS 5)

Materiaal: 3 zakjes met gele, groene en rode rondjes, bord om oplossing te leggen, invulblaadje



Je hebt een 2x3 bord met afwisselend gele en groene rondjes. Je wilt dit bord veranderen in een 2x3 bord waarbij alle gele rondjes groen zijn geworden en omgekeerd.

Voor elke stap gelden de volgende regels:

- precies twee aangrenzende rondjes veranderen van kleur;
- hierbij wordt een groen rondje rood, een rood rondje wordt geel, een geel rondje wordt groen.



en voorbeeld van een eerste stap zie je hiernaast. Hoeveel stappen heb je minimaal nodig om de gele en groene rondjes te verwisselen?

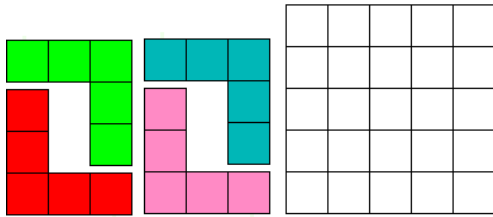
Hint: Kijk hoeveel stappen je nodig hebt om van een groen rondje een geel te maken.

Leg zo een oplossing.

Vul het blaadje in en stop het in de doos "opdracht 19"



**Extra puzzel in tas:**



Leg de 4 V-pentomino's in het vierkant van 5x5. De vijf lege vakjes mogen zich om 't even waar bevinden.

**Uitleg bij onze prijzenpot:**

**Rekendozen**



Iemand plaatst de balkjes naast elkaar in willekeurige volgorde, met gelijk welke kant naar voor.



Je ziet vier getallen bestaande uit vier cijfers. Op het plaatje zijn het 1469, 8983, 5237 en 9546. Neem je rekenmachine en bereken de som van die getallen. Ben je sneller dan de super-rekenaar? Probeer te achterhalen hoe de super-rekenaar het doet.

**Uitleg:** Per balk is de som van de het eerste, tweede en vierde getal steeds 18.

$$1+8+9 = 18; 4+9+5 = 18; 6+8+4 = 18; 9+3+6 = 18$$

Het derde getal is willekeurig maar geen 0 of 1 (want dan zou de som van de vier getallen < 20 zijn).

Totale som: zet 2 voor het omkaderde getal en de eenheden met 2 minderen. In ons voorbeeld is de som **25235**

Wil je meer? Je kunt het met vijf balken. Je kunt ook 5 cijfers per balk plaatsen. Je kunt nog steeds zorgen dat de som van de vier getallen 18 is maar je kunt ook zorgen voor een som van 27



Dan is per balk de som van de het eerste, tweede, derde en vijfde getal steeds 27.

$$9+8+9+1 = 27; 5+4+9+9 = 27; 7+5+8+7 = 27; 5+9+7+6 = 27$$

Het vierde getal is willekeurig maar geen 0,1 of 2 (want dan zou de som van de vijf getallen < 30)

Totale som: 3 vóór het omkaderde getal en de eenheden met 3

minderen.

In ons voorbeeld is de som **33754**

### Rekentorenspel (PQRS3)



Aan het begin van het spel wordt de toren opgebouwd. Drie willekeurige balkjes (met een getal op het uiteinde) vormen telkens een laag. Balkjes in twee opeenvolgende lagen liggen ten opzichte van elkaar 90° gedraaid. Bovenaan komen de drie balkjes zonder getallen. Om beurten gooit een speler met 4 dobbelstenen. De speler berekent een getal waarbij hij bewerkingen met het aantal ogen uitvoert van **alle vier** de dobbelstenen. Het balkje met dat getal haalt hij voorzichtig uit de toren. Het spel eindigt als de toren omvalt. Degene die de toren laat omvallen krijgt natuurlijk het genomen balkje niet. Winnaar is degene van wie de som op zijn balkjes het grootst is.



Haakjes zijn toegelaten. Of men machtsverheffing en worteltrekken toelaat m  
In het voorbeeld gebruikt men de getallen 5, 5, 3 en 1  
Men kan dus bijvoorbeeld  $5 + 5 + 3 + 1$  berekenen en voorzichtig het balkje 14 er van tussen halen.  
Beter is natuurlijk  $(5+5) \times 3 + 1$  en het balkje 31 nemen.

### Voetbal

Bestaat uit 12 regelmatige vijfhoeken en 20 regelmatige zeshoeken



### Spiraal op het voorblad



Matthijs maakte een heel mooie tekening: de spiraal van Padovan omdat het de **achtentwintigste** NWD is.

We hebben gezocht naar een bijzondere manier om het getal 28 uit te drukken. We kozen voor de rij van Padovan (1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 12, 16, 21, 28, 37, 49, 65, 86, 114, 151, 200, 265, 351, 465, 616, 816, 1081, 1432, 1897, 2513, 3329, 4410, 5842, 7739, 10252, 13581, 17991, 23833, 31572, 41824, 55405, 73396, 97229, 128801, 170625)

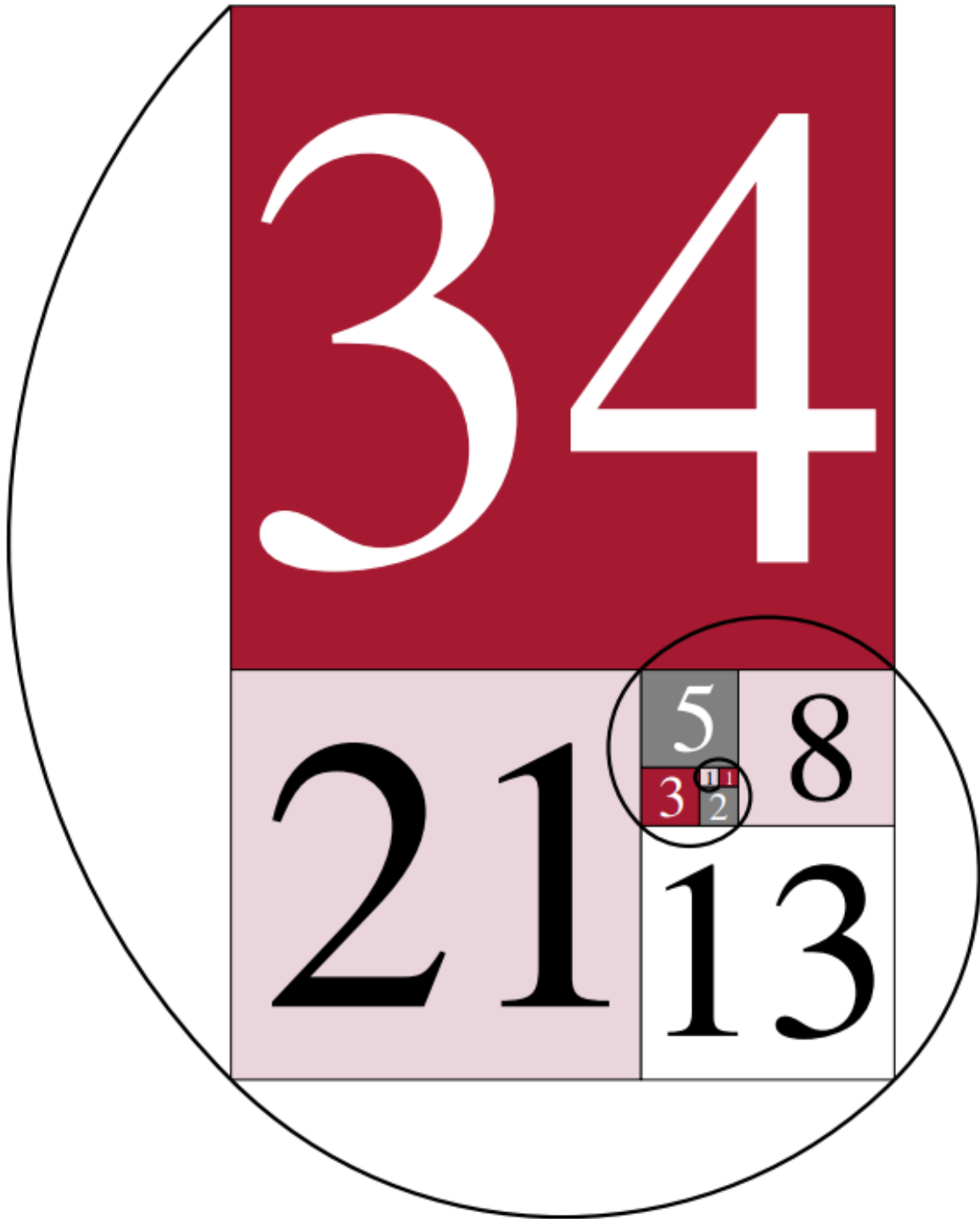
De rij van Padovan heeft iets weg van de rij van Fibonacci. Echter niet de twee voorafgaande getallen worden steeds opgeteld, maar de twee getallen die staan voor het voorafgaande getal. Je zou de rij ook kunnen interpreteren als een konijnenfok rij, maar dan met in acht name van rust voor de kersverse ouders.

Zie: <http://oeis.org/A000931>

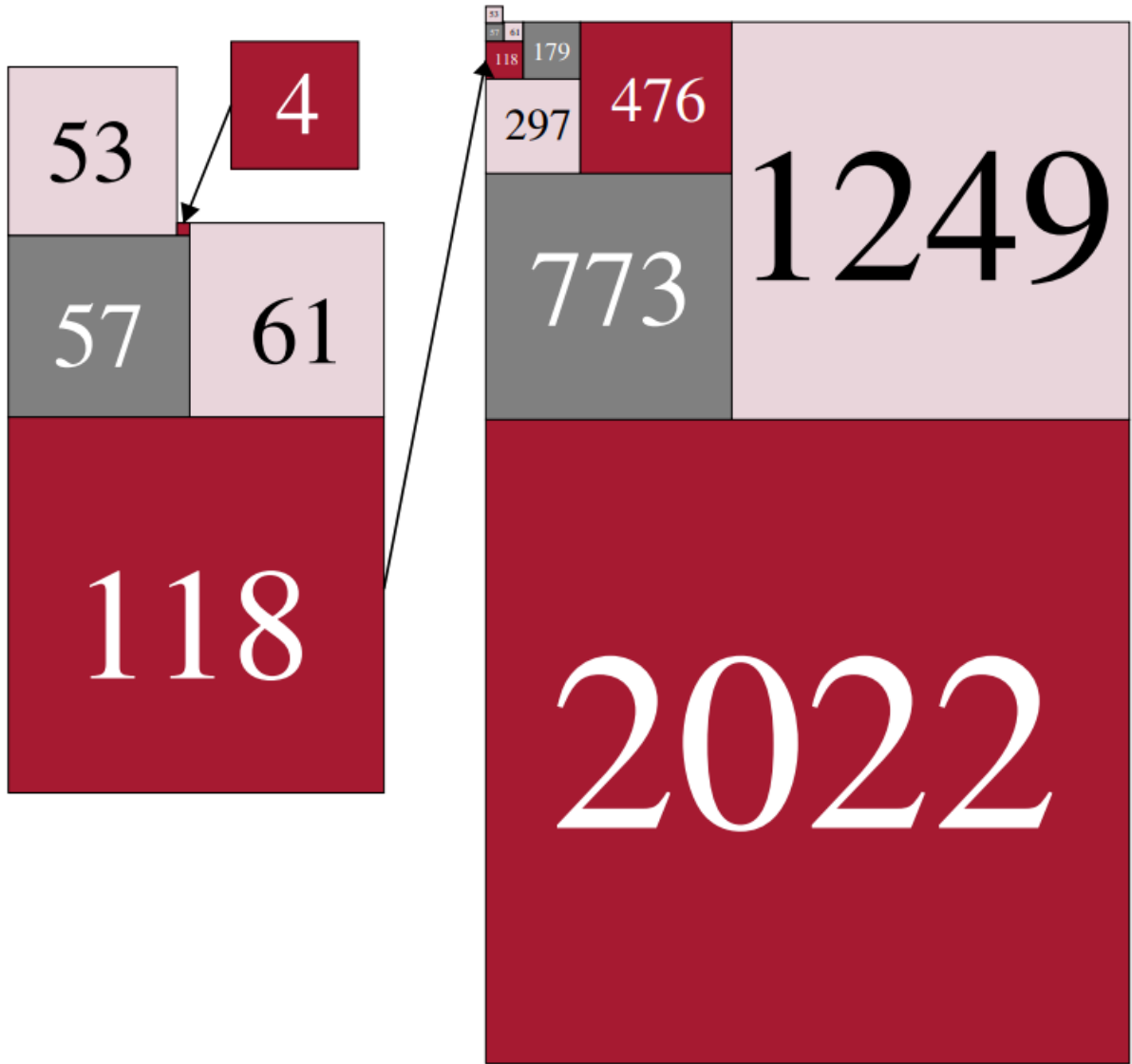
**Extra**

Naar aanleiding van het mooie plaatje van de spiraal van Padovan maakte Matthijs nog 2 mooie plaatjes die we zeker met jullie willen delen.

*Rij van Fibonacci*

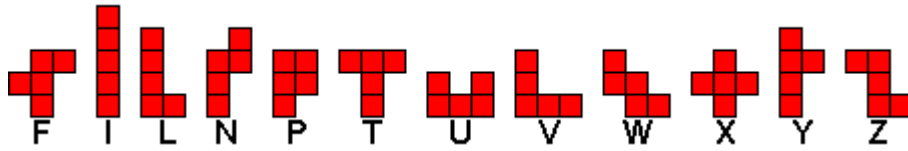


Rekentrein

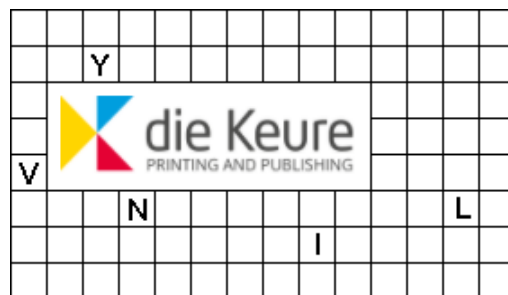
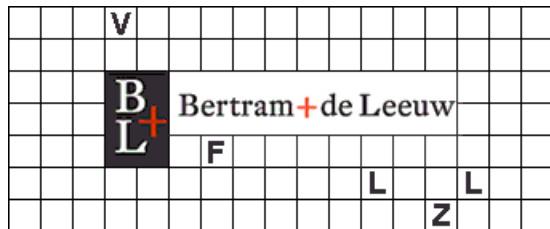
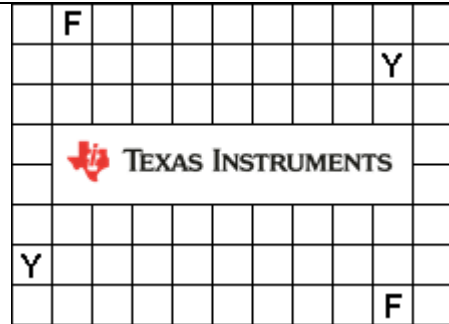


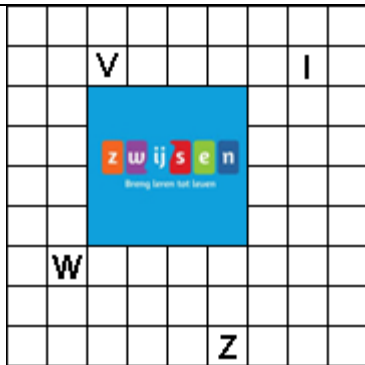
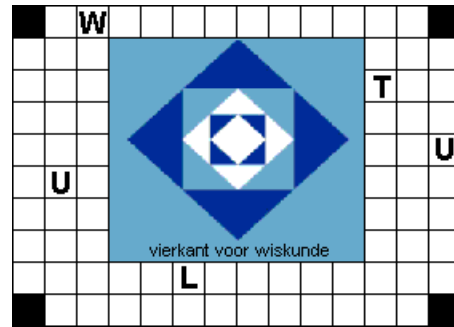
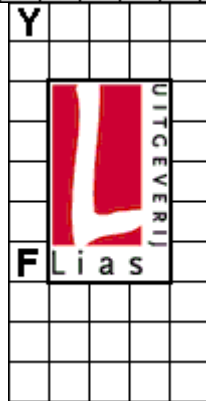
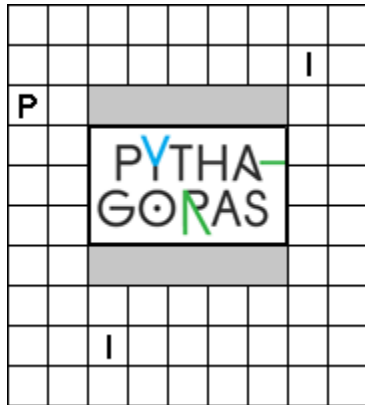
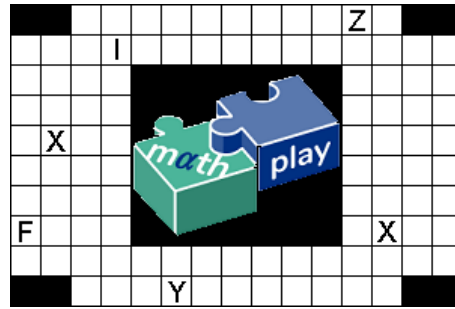
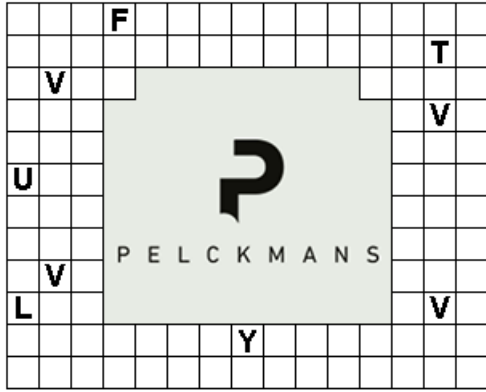
**Dank aan onze sponsors**

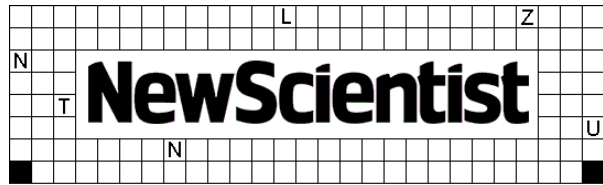
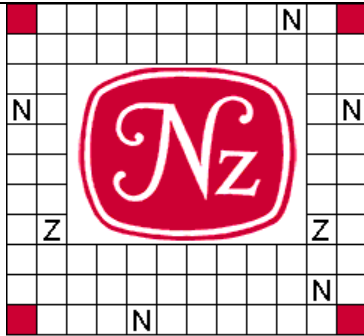
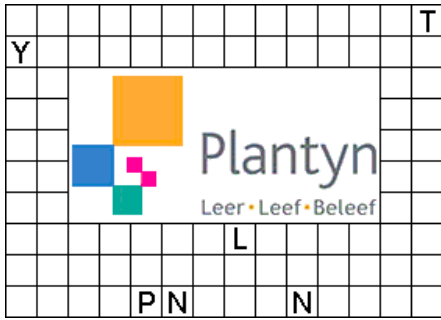
Aad van de Wetering maakte de pentoes rond het logo van onze sponsors  
Hieronder staan nog eens de pentomino's met hun overeenkomende letters.



Verdeel de witte vakjes in pentomino's zodat geen twee pentomino's met dezelfde vorm (ook niet gedraaid of gespiegeld) een zijde gemeen hebben. Een vierkantje met een letter in moet deel uit maken van de pentomino met dezelfde naam (zie hierboven).







De oplossing (zonder het logo) moet puntsymmetrisch zijn.

De oplossing (zonder het logo) moet een symmetrieas hebben.



