

# Materiaal voor uitdagende wiskundelessen

Odette De Meulemeester  
[OdetteDM@outlook.com](mailto:OdetteDM@outlook.com)

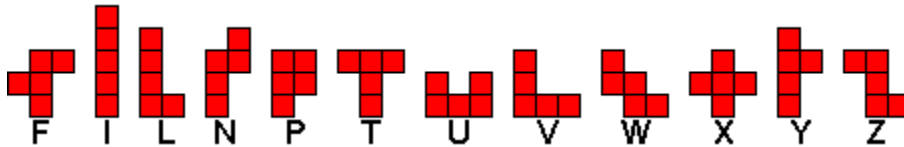
## Puzzel op het voorblad

Aad van de Wetering maakte voor ons de puzzel.

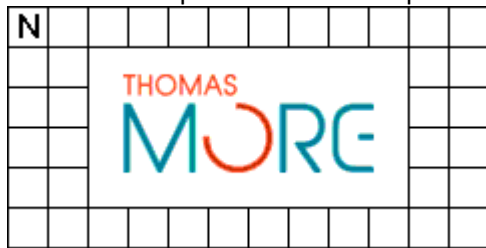
Gelijkaardige puzzels kan je vinden op <https://pentomino.classy.be/pentoesvoorblad.html>

Je kan zeker het logo van je school in de plaats zetten.

Hieronder staan de pentomino's met hun overeenkomende letters.



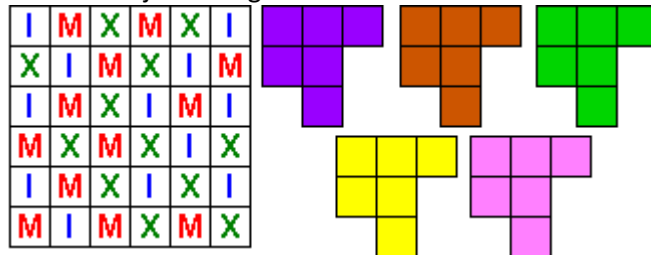
Verdeel de witte vakjes in pentomino's zodat geen twee pentomino's met dezelfde vorm (ook niet gedraaid of gespiegeld) een zijde gemeen hebben. Een vierkantje met een letter N in moet deel uitmaken van de pentomino N. De oplossing moet puntsymmetrisch zijn.



Tip : de te gebruiken pentomino's : 2I-2L-2N-2P (8 pentomino's)

## Nieuwjaarspuzzel MMXXII – George Sicherman

Leg de vijf stukken op het bord zonder elkaar te overlappen zodat er nog twee M's, twee X's en twee I's te zien zijn. Je mag de stukken niet draaien.



Je kan de puzzel downloaden op

<https://userpages.monmouth.com/~colonel/2022/2022.pdf>

## Nieuwjaarswensen – Puzzel 108 (De dikke Pythagoras)

Beste wensen voor 2022 met heel veel materiaal voor uitdagende wiskundelessen.

433	439	499	547
443	449	509	557
457	463	523	571
503	509	569	617

Kies één van de getallen uit de tabel. Streep de andere getallen van de rij en de kolom van dit getal door. Kies een tweede getal. (niet doorstreept). Streep de andere getallen van de rij en de kolom van dit tweede getal door. Doe dit nog een derde keer. Tel de vier overblijvende getallen op.

Hoe kun je zelf zo'n blok getallen maken?

## Magie

### 1. Helderziende

Het is wel leuk als je het zelf spannend maakt. Ik heb een goochelhoed. (bij Hema gekocht voor 5 €)

We laten het programma magie.swf lopen

Kies een getal bestaande uit twee cijfers. Maak de som der cijfers en trek de som af van het getal.

Zoek de getal in de tabel en kijk welk figuurtje erbij staat.

We kiezen eerst samen een getal

Voorbeeld

We kiezen 84.

De som der cijfers is  $8 + 4 = 12$

$84 - 12 = 72$

We zoeken 72 in de tabel en kijken naar het symbool dat er naast staat.

Iedereen moet zich goed concentreren en naar de bol kijken (anders komen de stralingen niet over) en dan gaan we langzaam naar de bol.

Eventueel nog een tweede of een derde voorbeeld.

Uitleg

We vragen de uitkomsten van de leerlingen en noteren ze. We zien dat het telkens een negenvoud is.

Dit is een goeie gelegenheid om het kenmerk van deelbaarheid door 9 te geven. We kijken naar het symbool dat naast al de uitkomsten staat.

Succes verzekerd!

Voor 1A:

Stel dat het getal bestaat uit a tientallen en b eenheden dan schrijven we het getal als  $10a + b$

De som der cijfers is dan  $a + b$

$10a + b - (a + b) = 9a \Rightarrow 9\text{-voud}$

Je kan de uitwerking stap voor stap maken en de leerlingen de eigenschappen laten noemen die toegepast worden.

### 2. Super-rekenaar

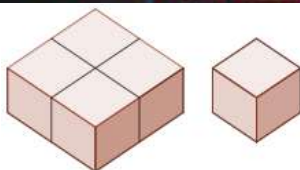


Iemand plaatst de balkjes naast elkaar in willekeurige volgorde, met gelijk welke kant naar voor.



Je ziet vier getallen bestaande uit vier cijfers. Op het plaatje zijn het 1469, 8983, 5237 en 9546. Neem je rekenmachine en bereken de som van die getallen. Ben je sneller dan de super-rekenaar?

Probeer te achterhalen hoe de super-rekenaar het doet.

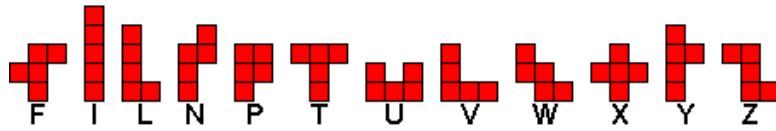


Er zijn 3 setjes rekendozen te winnen voor de eerste drie die het puzzeltje uit de dikke Pythagoras (pagina 23) opgelost hebben.

Maak met 6 van de grote en 3 van de kleine stukken één kubus

## Vlinders - Pentominoes

Hieronder staan de pentomino's met hun overeenkomende letters.



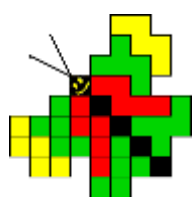
Vul de gele hokjes van de vlinders met pentomino's zodat geen twee pentomino's met dezelfde vorm (ook niet gedraaid of gespiegeld) een zijde gemeen hebben. Een vierkantje met een letter in moet deel uit maken van de pentomino met dezelfde naam (zie hierboven).

<p>Zorg dat de oplossing een symmetrieas heeft</p>	<p>Bij deze vlinder op schaal 2 moet de oplossing ook een symmetrieas hebben</p>
--	--

Merk op dat je viermaal zoveel pentomino's nodig hebt op de vlinder op schaal 2 op te vullen. Je krijgt allemaal een vlinder (die je mag houden) en stukjes waarmee je de vlinder moet opvullen. Vergeet niet dat je oplossing een symmetrieas moet bezitten.

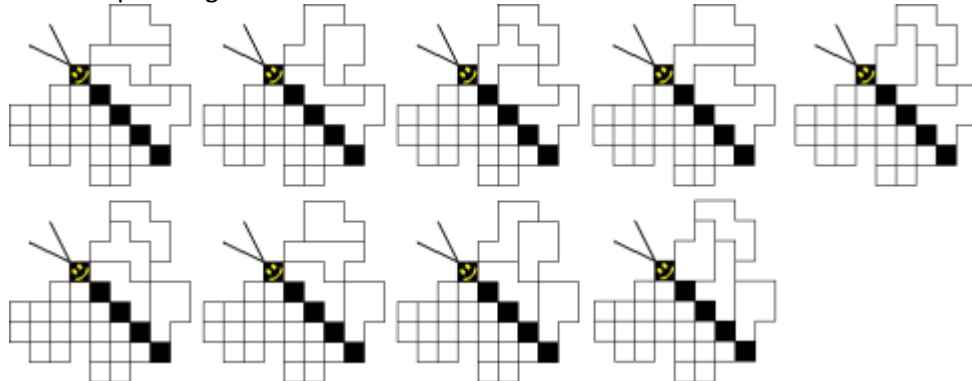
Op deze manier is de puzzel iets eenvoudiger dan oorspronkelijk.

Je kan het nog eenvoudiger maken:



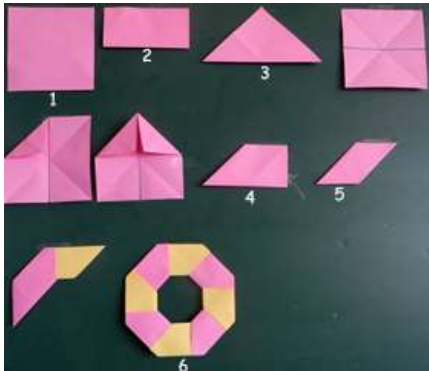
De tekening van de ene vleugel van de vlinder bestaat uit vier pentomino's. Bij de andere vleugel zijn de vierkantjes gekleurd zodat ze dezelfde kleur hebben als hun spiegelbeeld. Dezelfde pentomino krijgt dezelfde kleur.

Doe dit op analoge manier voor onderstaande vlinders



## Origami sterrekes

Je kan een overzicht van de begrippen en eigenschappen uit de meetkunde van het eerste jaar geven terwijl je gelijktijdig leert de sterrekes te plooiën.



Vierkant(1) : begrip, eigenschappen diagonalen  
Rechthoek(2) : begrip, eigenschappen diagonalen  
Soorten driehoeken(3) : indeling volgens hoeken en indeling volgens de zijden  
Trapezium(4) (rechthoekig)  
Parallelogram(5) : begrip, eigenschappen diagonalen  
Soorten hoeken  
Veelhoeken(6) , in dit geval een achthoek

- (1) Een vierkant is een vierhoek met vier even lange zijden en vier rechte hoeken.  
In een vierkant staan de diagonalen loodrecht op elkaar, delen ze elkaar middendoor en zijn ze even lang.
  - (2) Een rechthoek is een vierhoek met vier rechte hoeken.  
In een rechthoek zijn de diagonalen even lang en delen ze elkaar middendoor.
  - (3) Een gelijkbenige driehoek is een driehoek waarvan minstens twee zijden even lang zijn.  
In een gelijkbenige driehoek zijn de basishoeken even groot.  
Een rechthoekige driehoek is een driehoek waarvan één hoek recht is.  
In een gelijkbenige rechthoekige driehoek zijn de basishoeken elk  $45^\circ$ .  
(Door het plooiën op de diagonaal wordt de rechte hoek van het vierkant in twee gelijke scherpe hoeken verdeeld)
  - (4) Een trapezium is een vierhoek met ten minste één paar evenwijdige zijden.  
Een rechthoekig trapezium is een trapezium met precies twee rechte hoeken.
  - (5) Een parallellogram is een vierhoek met twee paar evenwijdige zijden.  
In een parallellogram zijn de overstaande zijden even lang, de overstaande hoeken even groot (je kan dit laten meten :  $45^\circ$  en  $135^\circ$ ) en de diagonalen delen elkaar middendoor.
  - (6) Achthoek: je kan de hoeken laten meten :  $135^\circ$
- Je kan ook van de verschillende vierhoeken omtrek en oppervlakte bepalen.

De sterrekes kunnen nadien met een nylondraad opgehangen worden als versiering.



Foto's van een les in de zomerschool te Ronse kan je vinden op <https://pentomino.classy.be/schoolorigami.html>

## Werken met hexomino's en clicsblokken.

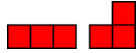
We vertrekken van één vierkant: de monomino



We leggen er een tweede eenheidsvierkantje bij zodat het een zijde gemeenschappelijk heeft: de domino



Voegen we een derde vierkantje toe, dan ontstaan er twee verschillende vormen: de tromino's

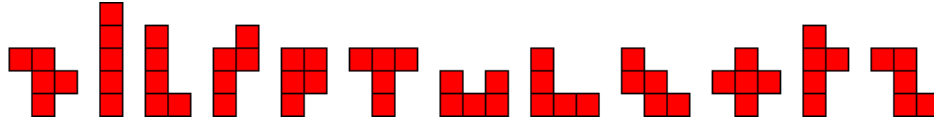


We voegen er een vierde vierkant aan toe en krijgen vijf verschillende vormen: de tetromino's (denk aan Blokken of tetris)



Door toevoegen van een vijfde vierkant bekomen we de pentomino's. Er zijn er reeds 12 verschillende vormen.

<https://pentomino.classy.be>

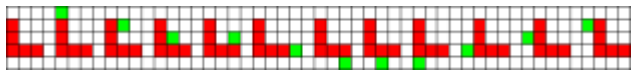

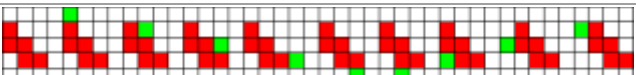



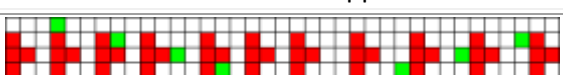





De leerlingen kregen elk een pentomino en moeten dan alle hexomino's tekenen die ontstaan door telkens een vierkant aan hun gekregen pentomino toe te voegen. Zorg ervoor dat de vierkanten dezelfde grootte hebben.

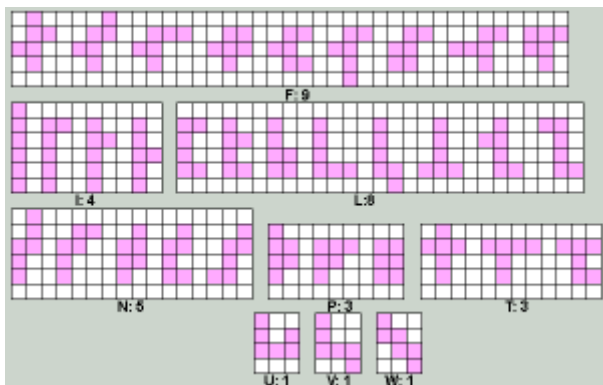
Nadien moeten ze als ze twee congruente vormen hebben (afzonderlijk - ieder voor zich) er eentje weggooien.

Het begrip symmetrie kan hier aan bod komen.

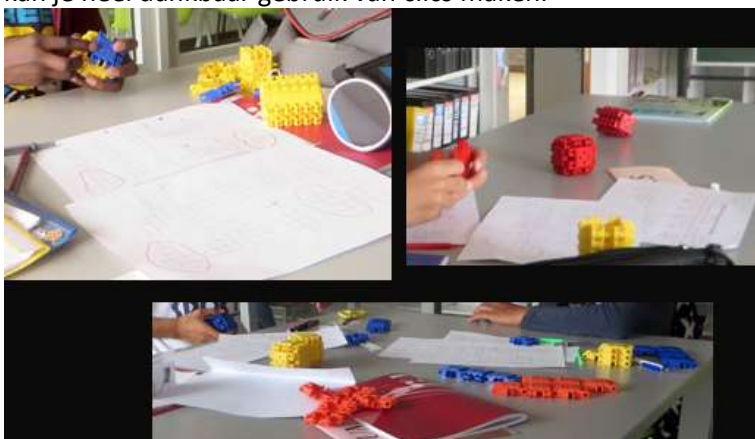
<p>9 vormen uitknippen</p>	<p>9 vormen behouden</p>
<p>12 vormen uitknippen</p>	<p>4 vormen bewaren</p>
<p>11 vormen uitknippen</p>	<p>11 vormen behouden</p>
<p>10 vormen uitknippen</p>	<p>10 vormen behouden</p>
<p>9 vormen uitknippen</p>	<p>8 vormen bewaren</p>
<p>10 vormen uitknippen</p>	<p>6 vormen bewaren</p>
<p>10 vormen uitknippen</p>	<p>6 vormen bewaren</p>

 11 vormen uitknippen	 6 vormen bewaren
 9 vormen uitknippen	 5 vormen bewaren
 8 vormen uitknippen	 2 vormen bewaren
 10 vormen uitknippen	 10 vormen behouden
 10 vormen uitknippen	 5 vormen bewaren

We beginnen met de F-pentomino en hangen 9 hexomino's aan bord. Nadien volgen de vormen vanuit de I-pentomino die er nog niet zijn. En zo gaan we verder. Op die manier vinden we alle 35 hexomino's.



Je krijgt een blad waarop men de pentomino's moet aanduiden waarmee men een leeg doosje kan maken en bladen om de hexomino's aan te duiden die de ontvouwing van een kubus zijn. Hiervoor kan je heel dankbaar gebruik van clics maken.



Nadien neem je het blad met alle ontwikkelingen van een kubus. We moeten de tegenover elkaar liggende vlakken éézelfde kleur geven. Ook hiervoor kan je heel goed gebruik maken van de gekregen clicsblokken.



Op de volgende bladen staan getallen op sommige vlakken en moet men op het tegenoverliggend vlak een getal schrijven dat samen met het gegeven getal een gegeven som of product maakt. De eerste opgave met getallen zijn geschikt voor 1B en de tweede reeks (met ook negatieve getallen) is voor 1A

De verschillende juiste oplossingen kan je op vlagjes plakken om het lokaal te versieren.



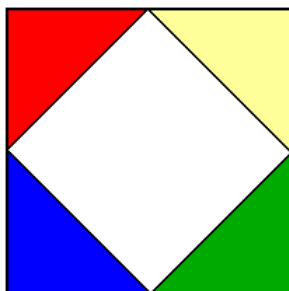
## Breuken

Het is vooral belangrijk van op heel veel verschillende manieren oefeningen aan te bieden

- ☞ Bewerkingen met breuken en tekenen van een pentominorechthoek van  $6 \times 10$
- ☞ Rekendomino
  - Vereenvoudigen van breuken
  - Bewerkingen met breuken (voor 1A)
- ☞ Bewerkingen met breuken oefenen met Locodoos
  - Optellen van breuken
  - Aftrekken van gelijknamige breuken
  - Aftrekken van breuken

## Acht getallen plaatsen (Oplossen van vergelijkingen)

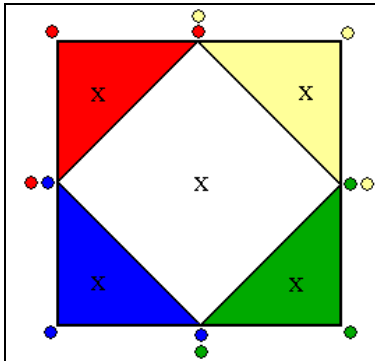
Het is leuk als leerlingen het raadsel op voorhand naar huis mee krijgen



Het plaatje bestaat uit 4 driehoeken en één vierkant in het midden. Plaats bij de hoekpunten de getallen 1 tot en met 8, zó dat de som van de getallen bij ieder van de driehoeken en de som van de getallen bij het vierkant, gelijk zijn

Dit raadsel bewijst de leerlingen dat het goed is van eerst te redeneren alvorens op te lossen. (voor A-grad; in B-grad geef je de som)





Noem de som  $x$ . Als je de hoekpunten van de 4 driehoeken optelt, heb je de getallen 1 tot en met 8 en de hoekpunten van het vierkant erbij.

$$4x = 1+2+3+4+5+6+7+8+x$$

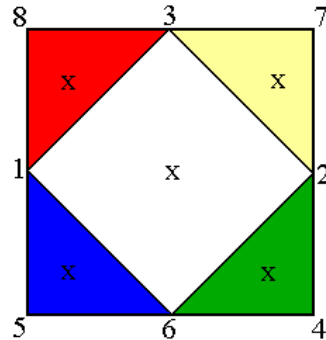
$$4x = 36+x$$

$$4x-x=36$$

$$3x = 36$$

$$x = 12$$

8 kan niet op een hoekpunt van het vierkant staan, want dan is som 12 niet meer mogelijk. 8 moet samen met 1 en 3 in een driehoek. In het vierkant kunnen nu alleen nog 2 en 6. Verder puzzelen levert dan de oplossing.



## Eendjes

De eendjes zijn genummerd. Eendje 1, eendje 3 en eendje 6 zwemmen in de vijver naast elkaar.



Op de foto vormen de eendjes het getal 136. We beweren dat ze naast elkaar kunnen zwemmen zodat het getal van drie cijfers dat ze dan vormen een veelvoud van 7 is.

Kan je ook dat getal vinden?

Hoeveel getallen die bestaan uit drie cijfers kunnen we vinden?

Men kan de Euclidische delingen door 7 laten uitvoeren.

Je kan ook een andere opgave maken en met de getallen laten bewerkingen maken zodat men een zevenvoud bekommt.

Voorbeelden:

$$36-1=35 \text{ en } 63 \times 1=63$$

$$\sqrt{36} + 1 = \quad 63 : 1 = \quad 1^3 + 6 = \quad 63^1 = \quad \sqrt{16} + 3 = \quad 1 + \sqrt{36} =$$

$$3^6 - 1 = \quad 6^3 + 1 =$$

Met de drie cijfers kan je ook een getal vormen dat een kwadraat is. ( $19^2$ )

Oplissing:



## Rekentrein



In de volgende rijen zijn de getallen allemaal natuurlijke getallen.

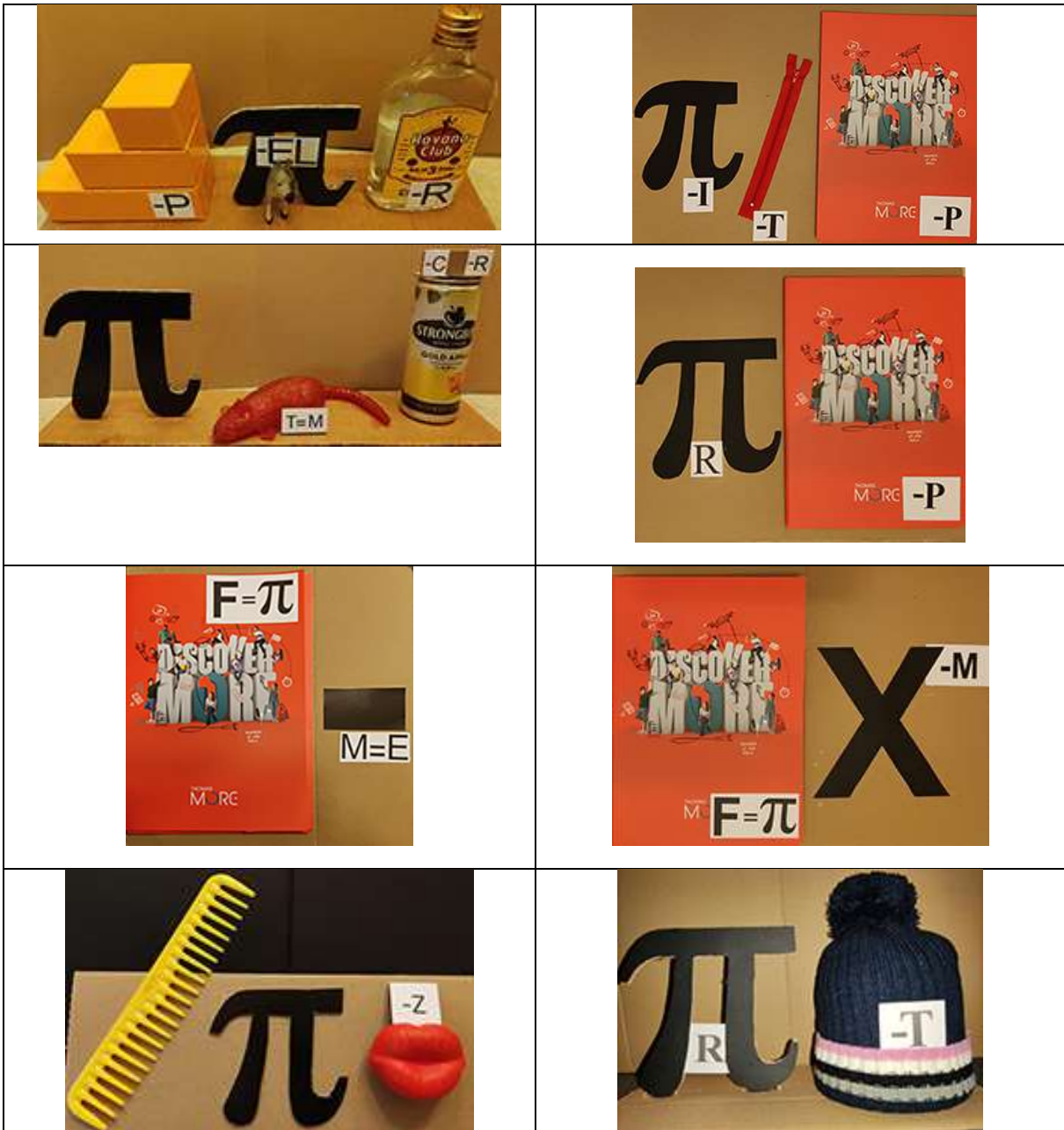
a) Vul de volgende rij op logische wijze aan (Denk aan de rij van Fibonacci: 1,1,2,3,5,8,13,21,... maar dan in omgekeerde volgorde): 2020, 1217, 803, 414, 389, .....

b) Maak nu zelf een rij met dezelfde eigenschap die begint met 2022 en zoveel mogelijk termen bevat.

Leerlingen 3<sup>de</sup> jaar beroeps maakten hiervoor een excel-programmaatje (zie stick)

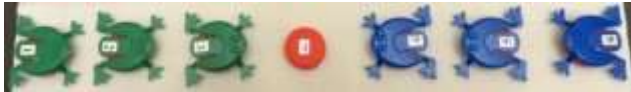
In het 3<sup>de</sup> jaar ASO en TSO zochten we de langste rij als toepassingen op ongelijkheden. (zie stick)

## Pi-rebussen



## Leuke extra

### Kikkerspel



Het is de bedoeling dat de groene kikkers springen naar de drie meest rechtse vakjes en de blauwe kikkers naar de drie meest linkse vakjes.

Een kikker kan de volgende sprongen uitvoeren:

- één vakje vooruit als dit vakje leeg is,
- over één kikker heen als het vakje net achter deze kikker leeg is.

Een sprong eindigt dus steeds op een leeg vakje.

Dit moet dus het einde worden



### Drie piramides in een kubus

Stop de drie piramides in het doosje.



Dit is een heel mooie puzzel om te wijzen op de inhoud van een piramide. Het grondvlak en de hoogte van de piramide is het zelfde als het grondvlak en de hoogte van het doosje en met 3 van deze piramides is het doosje opgevuld.

*Wie dit als eerste kan mag een kangoeroeprijsje kiezen*

De bouwplaat kan je vinden op

[https://www.polyhedra.net/pdf/three\\_pyramids\\_in\\_one\\_cube.pdf](https://www.polyhedra.net/pdf/three_pyramids_in_one_cube.pdf)