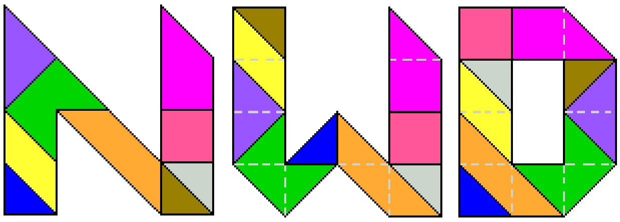
<u>Antwoorden van PQRS-Q 6</u> Nationale Wiskunde Dagen 2020

Bij het voorblad

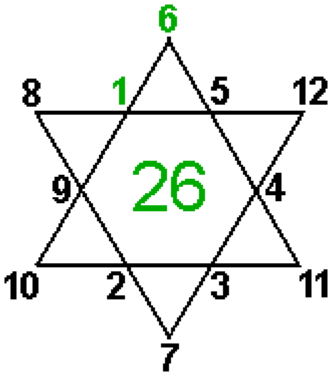
Pygram



magische ster van orde n

Wanneer de ingevulde getallen 1 tot en met 2n zijn, dan wordt de magische ster normaal genoemd en is de magische constante gelijk aan 4n+2

De getallen zijn 1, 2, ..., 2n. De som van die getallen is $\frac{(1+2\mathrm{n}).2\mathrm{n}}{2}$ = (1+ 2n).n. Elk getal komt op twee verschillende zijden voor, dus is de totale som over de n zijden gelijk aan (1 + 2n).n.2. Op de magische constante te vinden moet je dit getal tenslotte delen door n (want n zijden) en zo vind je (1 + 2n).2 = 2 + 4n.



Weetjes:

$16^2 + 42^2 = 2020$

$400^2 + 1980^2 = 2020^2$

$1348 = 13^2 + 17^2 + 19^2 + 23^2$

De volgende keer is over 672 jaar

2692 $9^2 + 23^2 + 29^2 + 31^2$

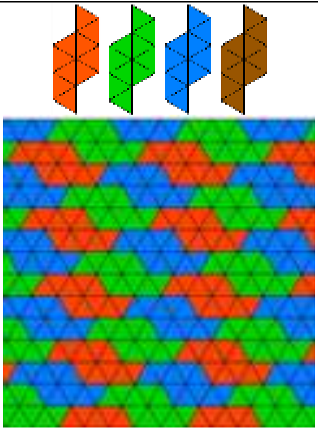
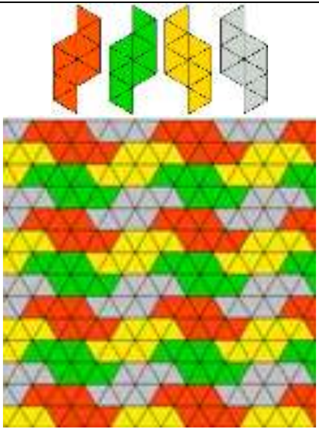
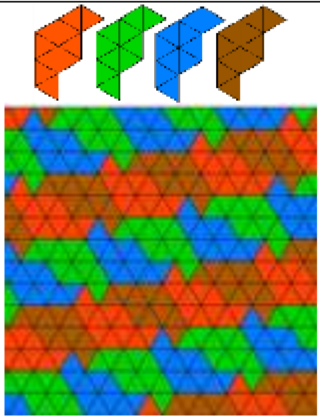
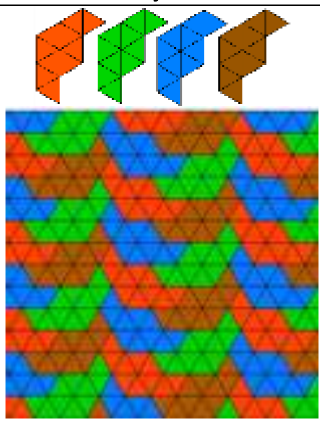
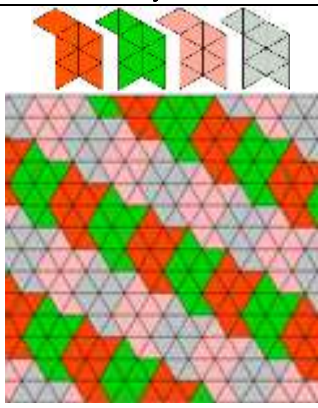
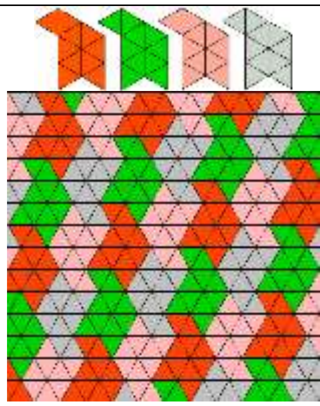
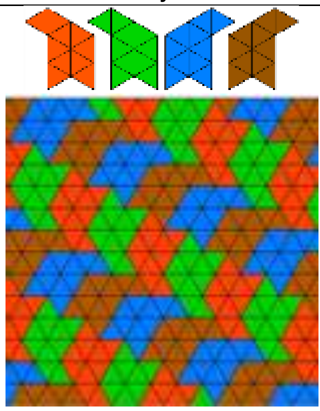
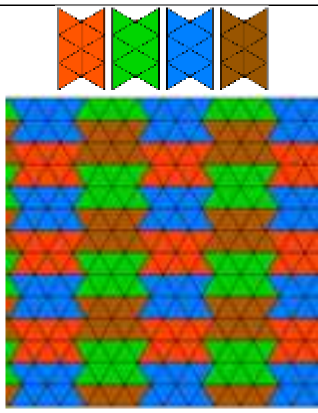
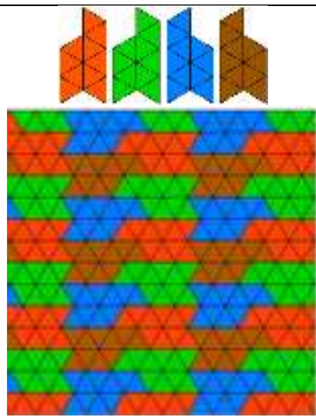
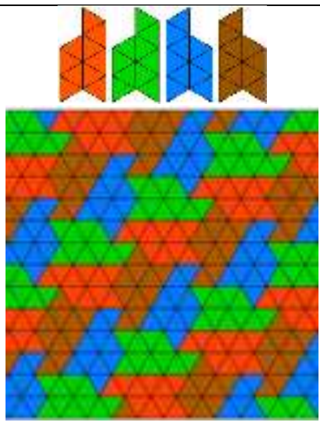
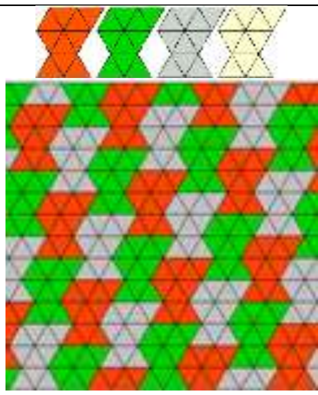
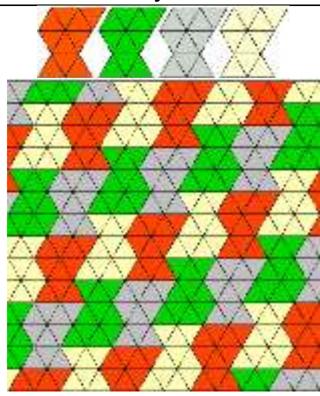
1. Vlakvullingen

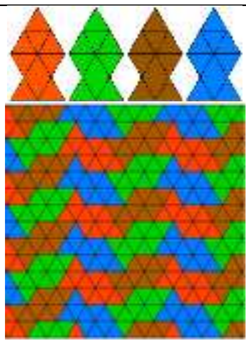
Er zijn 8 mogelijke figuren die bestaan uit 2 basisfiguren en die 2 zijden gemeenschappelijk hebben.

	Stukjes 2, 7 en 8 hebben een symmetrieas. Stukje 4 heeft 2 symmetrieassen. Stukje 1 heeft een symmetriemiddelpunt.

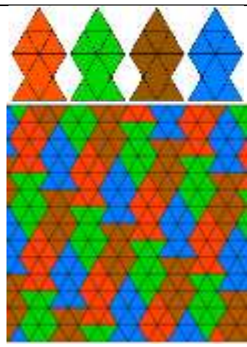
Met de stukjes uit zakjes 5a, 6b en 8 zijn geen vlakvullingen mogelijk.

Enkele vlakvullingen

 Zakje 1a	 Zakje 1b	 Zakje 2
 Zakje 2	 Zakje 3a	 Zakje 3a
 Zakje 3b	 Zakje 4	 Zakje 5b
 Zakje 5b	 Zakje 6a	 Zakje 6a



Zakje 7



Zakje 7

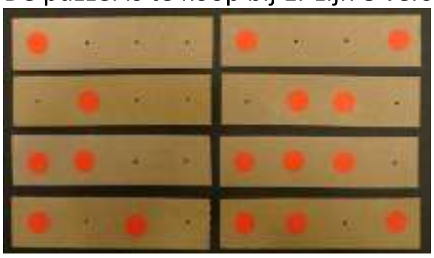
2. Awalé 2020

	3	4	4	7				3 4 4 7
	2	3	3	6	4			2 3 3 4 6
	1	2	2	5	3	5		1 2 2 3 5 5
		1	1	4	2	4	6	1 1 2 4 4 6
	6			3	1	3	5	1 3 3 5 6
	5	5		2		2	4	2 2 4 5 5
	4	4	5	1		1	3	1 1 3 4 4 5
	3	3	4	2	6			2 3 3 4 6

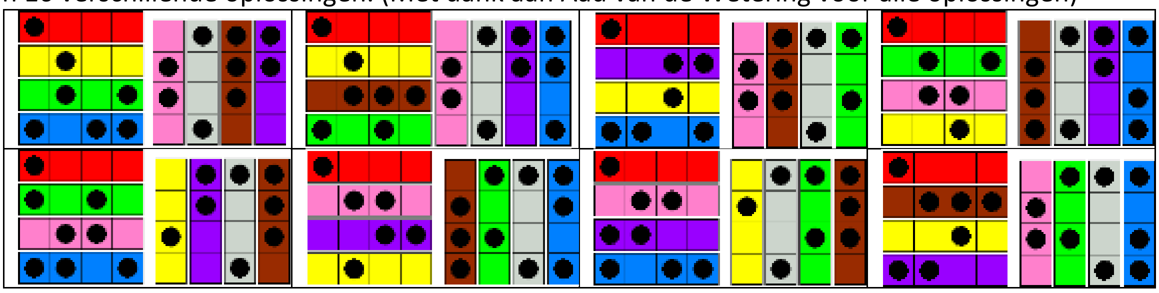
De tweede verdeling komt na 6 verdelingen terug. 2019 mod 6 = 3.
De 2020ste verdeling is dus 1 1 2 4 4 6

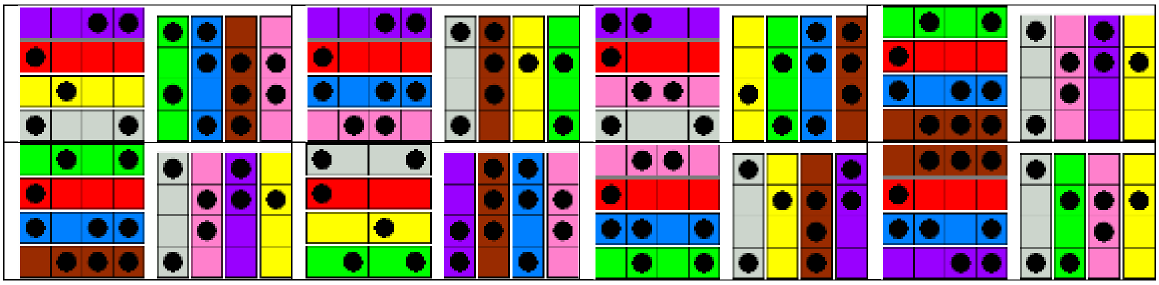
3. Vierkante gatenpuzzel

De puzzel is te koop bij Er zijn 8 verschillende strookjes

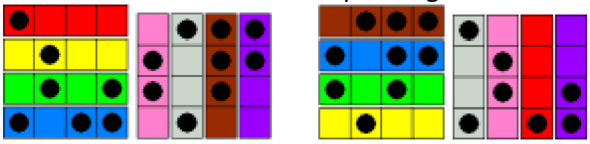


Rangschik de strookjes zoals op de foto. Leg de ene set op de andere set en alle gaten zijn bedekt.
Er zijn 16 verschillende oplossingen. (Met dank aan Aad van de Wetering voor alle oplossingen)

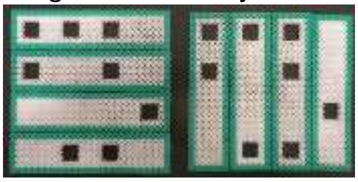




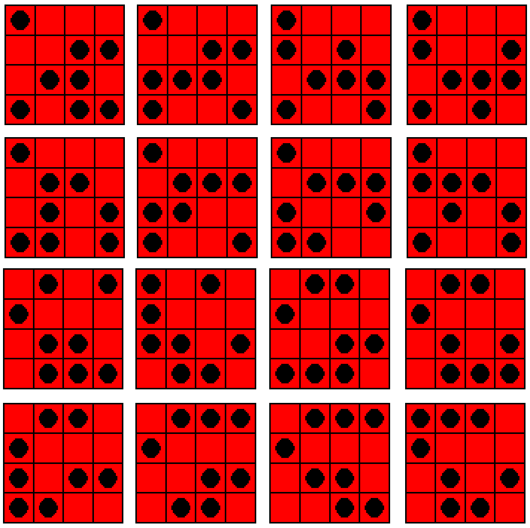
De oplossingen zijn te verdelen in 8 identieke oplossingen en 8 complementaire.
Voorbeeld: eerste en elfde oplossing



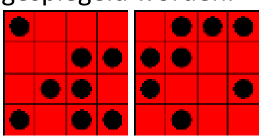
Rangschik de strookjes zoals op de foto. Leg de ene set op de andere set en er zijn 8 gaten.



Er zijn 16 verschillende patronen waar de 8 gaten kunnen zijn.

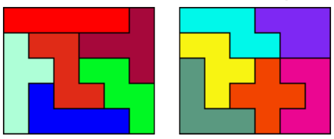


Ook hier zijn 8 patronen complementair.
Voorbeeld: het eerste en het tiende. Je kan hierbij mooie opgaven bedenken zoals het laten zoeken in de 16 patronen welke de complementaire zijn. Om deze te vinden moet er soms gedraaid en gespiegeld worden.



4. 60-Pentominospel

a.



b. Voor al deze borden voor elke pentomino staat een oplossing op het internet
https://pentomino.classy.be/p76opl.html
We geven er eentje

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

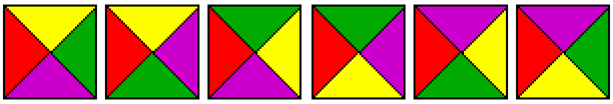
F: (7 - 1) x (8 + 12 : 6
Y: (2 + 4 + 5 + 9) x 3
T: 13 x 10 - 14 x (20 - 15)
V: (23 + 11 - 22) x (21 - 16)
N: 17 + 25 x 19 - 24 x 18

5. Gevangen kabouters

De kabouters spreken af dat ze de rode mutsjes tellen en "Rood" zeggen als dit aantal mutsjes oneven is, en "Blauw" zeggen als het aantal mutsjes even is.
Als de magister een even aantal rode mutsjes uitdeelt, dan telt een kabouter met een rood mutsje een oneven aantal mutsjes. Hij zegt "Rood", en dat is correct! De kabouters met een blauw mutsje tellen een even aantal mutsjes en zeggen "Blauw", dat is eveneens correct. Alle kabouters worden vrijgelaten!
Nu veronderstellen we dat de magister een oneven aantal rode mutsjes uitdeelt, dan telt een kabouter met een rood mutsje een even aantal mutsjes. Hij zegt "Blauw", en dat is fout! De kabouters met een blauw mutsje tellen een oneven aantal mutsjes en zeggen "Rood", dat is eveneens fout. Alle kabouters krijgen de volgende dag een nieuwe kans!

6. Gekleurde honingraat

Er zijn zes vierkanten kun je vinden door de driehoekjes in elk vierkant een andere kleur te geven met 4 verschillende kleuren.



6= 2 x 3
Er zijn 2 x 3 x 4 = 24 verschillende manieren om een vijfhoek inkleuren met 5 verschillende kleuren.
Er zijn 2 x 3 x 4 x 5 = 120 verschillende manieren om een zeshoek inkleuren met 6 verschillende kleuren.

7. Priemtrap

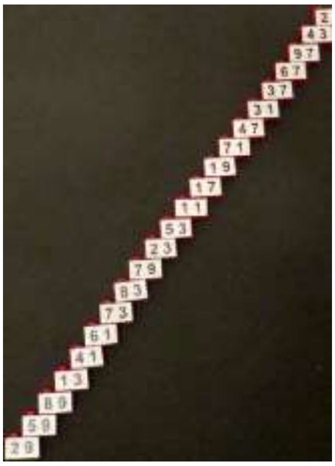
Dit zijn de priemgetallen bestaande uit 2 cijfers: 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 en 97
Er zijn 4224 oplossingen mogelijk, de helft begint met 41, de andere helft met 61. Elke oplossing eindigt op 9.
Als we de trap bekijken zien we dat het begincijfer van een aantrede het eindcijfer is van een optrede. Behalve voor de eerste aantrede kunnen de priemgetallen die beginnen met 2,4,5,6 en 8 nooit op een aantrede voorkomen.
Er blijven nog 10 priemgetallen over: 11, 13, 17, 19, 31, 37, 71, 73, 79 en 97

We tellen hoeveel keer elk cijfer voorkomt in deze priemgetallen

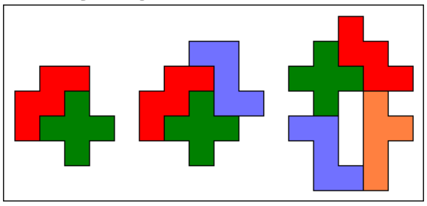
	Eerste positie	Laatste positie
1	4	3
3	2	2
7	3	3
9	1	2

Men komt 1 tekort op de laatste positie dus is het startgetal 41 of 61.
Men komt een 9 tekort op de eerste positie dus is het eindgetal 9
Het priemgetal 19 zal niet voorkomen op een aantrede.
Eén van de oplossingen:

Eén van de oplossingen van 21 aan- en optreden van een trap die van rechts boven naar links onder gaat.



8. Symptomino : Pentomino's en symmetrie



9. Over werksters en darren

a. Cellen vullen met bijtjes

Dank aan Aad van de Wetering voor alle 36 oplossingen.
Er zijn er 18 waarbij je het tweede kaartje verticaal legt.

2	8	3	9
14	12	15	13
5	7	4	6
1	11	16	10

2	12	3	11
6	8	5	7
15	13	16	14
1	9	4	10

2	4	9	3
12	14	11	13
7	5	8	6
1	15	10	16

2	4	9	3
12	16	11	13
7	5	8	6
1	15	10	14

2	6	11	3
14	16	13	15
9	7	10	8
1	5	12	4

2	16	11	3
8	6	9	7
13	15	12	14
1	5	10	4

2	14	9	3
6	16	7	5
11	13	10	12
1	15	8	4

2	8	13	3
16	6	15	5
11	9	12	10
1	7	14	4

2	14	5	13
8	10	7	9
3	15	4	16
1	11	6	12

2	16	5	13
8	10	7	9
3	15	4	14
1	11	6	12

2	12	5	15
8	10	7	9
3	13	4	14
1	11	6	16

2	14	5	11
8	16	7	9
3	13	4	12
1	15	6	10

2	6	15	7
12	10	13	11
3	5	16	4
1	9	14	8

6	12	5	7
2	10	3	9
15	13	16	14
1	11	4	8

16	10	5	15
2	12	3	13
7	9	6	8
1	11	4	14

8	12	5	9
2	16	3	15
7	11	6	10
1	13	4	14

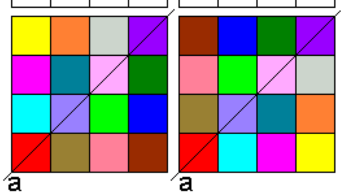
8	12	5	9
2	14	3	15
7	11	6	10
1	13	4	16

8	14	5	9
2	12	3	11
7	15	6	16
1	13	4	10

Er zijn ook 18 oplossingen als je het tweede kaartje horizontaal legt. Je kan deze oplossingen afleiden uit de voorgaande. Dit doe je door het spiegelbeeld te zoeken in de diagonaal a.
Hieronder zie je het voor de eerste oplossing

2	8	3	9
14	12	15	13
5	7	4	6
1	11	16	10

10	6	13	9
16	4	15	3
11	7	12	8
1	5	14	2



De mooiste oplossing is de zeventiende

8	12	5	9
2	14	3	15
7	11	6	10
1	13	4	16

8	12	5	9
2	14	3	15
7	11	6	10
1	13	4	16

Per regel zijn de sommen van kolom 1 en 4 steeds 17, evenzo voor kolom 2 en 3.
Er zijn vier vierkanten van 2x2 met vier opeenvolgende getallen (zie tweede voorstelling)

b. Bijtjesfamilie

Voorouders van een dar tot en met tien generaties terug is 1+2+3+5+8+13+21+34+55+89 = 231
De bekende rij is Fibonacci

10. Logisch denken

a. Maya de Bij en haar vriendjes

Dit zijn de priemgetallen bestaande uit 2 cijfers: 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 en 97.
Aangezien Maya het niet weet kan het 97 niet zijn want indien Maya een 9 krijgt zou ze het geweten hebben aangezien 97 het enige priemgetal is dat uit twee cijfers bestaat en met 9 begint. Doordat Willy zegt: ”Ik wist al dat jij het niet zou weten.” betekent dat hij geen 7 kan gekregen hebben. Als het eindcijfer 7 vervalt dan is 31 het enige priemgetal dat met 3 begint en 61 is het enige priemgetal dat met 6 begint. Aangezien Maya zegt: ”Maar nu weet ik wel welk priemgetal Barry heeft gekozen” moet Maya een 3 of 6 gekregen hebben. Willy heeft “1” gekregen. Barry kan gekozen hebben voor 31 of 61.

b. Vreemde eend in de bijt

Figuur 2 is de enige die niet omrand is. Figuur 3 is de enige figuur die geen vierkant is. Figuur 4 is de enige figuur die niet groen is. Figuur 5 is de enige figuur die niet groot is.
Figuur 1 hoort er niet bij, want die heeft als enige al de vorige eigenschappen.

c. Geldkist

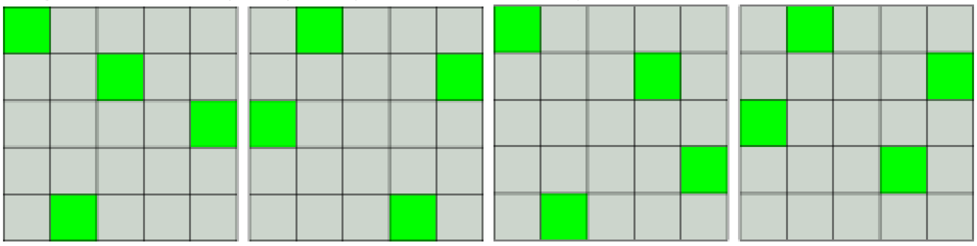
Die kans is EEN!
Kijk maar wat er met het aantal zilveren munten in het kistje gebeurt:

eruit	erin	Netto zilveren munten
		**-2**
		**0**
		**0**

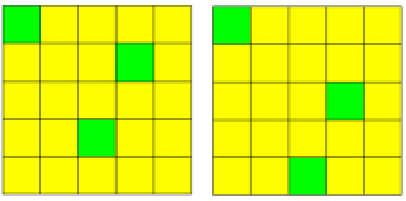
Het aantal wordt 2 minder of blijft gelijk. In het begin is het aantal oneven (5) dus dat zal altijd oneven blijven. De laatste twee munten die je eruit haalt zal altijd een gouden en een zilveren zijn (er kunnen niet 0 of 2 zilveren stukken aanwezig zijn), dus zal een zilver munt terug worden gedaan.

11. Spinnen op een 5x5 bord

De groene vierkantjes zijn de plaatsen waar de spinnen zitten



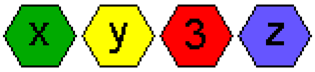
De eerste twee oplossingen waren gegeven.

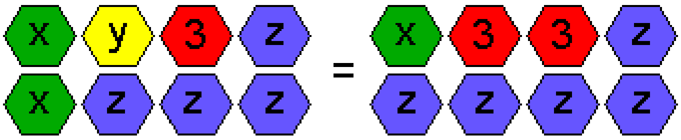


Opmerking: Op een 6 x6 bord met 4 spinnen zijn er 17 oplossingen. Interesse in de oplossingen mail naar o.d.m@fulladsl.be

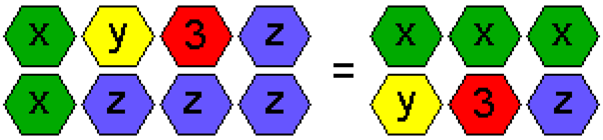
12. Zeshoekig bijengeld

a. Wisselkoers van het kleurrijk bijengeld

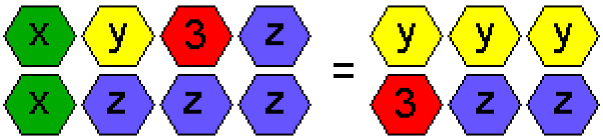




$$2x + y + 3 + 4z = x + 6 + 5z$$
$$x + y = z + 3 \quad (1)$$



$$2x + y + 3 + 4z = 3x + y + 3 + z$$
$$3z = x \quad (2)$$



$$2x + y + 3 + 4z = 3y + 3 + 2z$$
$$2x + 2z = 2y$$
$$x + z = y \quad (3)$$
$$x - y = -z \quad (4)$$

(1) + (4) => $2x = 3$

$x = 1{,}5$

in (2) => $z = 0{,}5$

in (3) => $y = 2$

De groene munt is 1,5€, de blauwe munt is 0,5€ en de gele munt is 2€.
Maya bezit 20€

Opmerking: heb je de voorkeur voor gehele getallen, dan kan je 3 € koppelen aan groen i.p.v. aan rood

b. Toveren met het kleurrijk bijengeld

Haal 7 munten van de stapel en draai die allemaal om.
Het resultaat is dat je 2 stapels hebt (van 13 en 7 munten) met evenveel munten met de rode kant naar boven
Stel dat er in de stapel van 13 munten er k munten zijn met de rode kant naar boven.

	Stapel van 7	Stapel van 13
Rode kant naar boven	7 - k	k
Groene kant naar boven	k	13 - k

Na draaien

	Stapel van 7	Stapel van 13
Rode kant naar boven	k	k
Groene kant naar boven	7 - k	13 - k

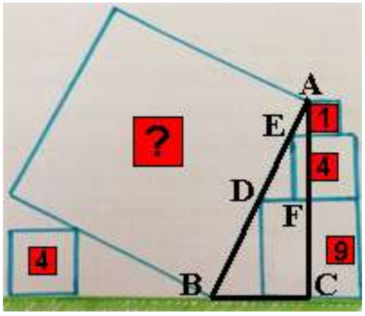
Opmerking: je kan ook de stapel van 13 stukken omdraaien i.p.v. die van zeven.

13. Stapelen

a. Gelijke stapels

Stapel A	Stapel B	Stapel C
11	7	6
4	14	6
4	8	12
8	8	8

b. Het omvergeworpen vierkant



$|EF| = 2$ en $|DF| = 1$ => rico AB = 2

$|AC| = 6$

Dit betekent dat $|BC| = 3$

Pythagoras in ΔABC: $|AB|^2 = 9 + 36 = 45$

$|AB| = \sqrt{45}$

Met het materiaal kan je $|AB|$ meten

De lengte van de ribbe van een kubusje is 5cm

De lengte van de zijde van het omvergeworpen vierkant is $\sqrt{45}$ x 5cm = 33,5cm

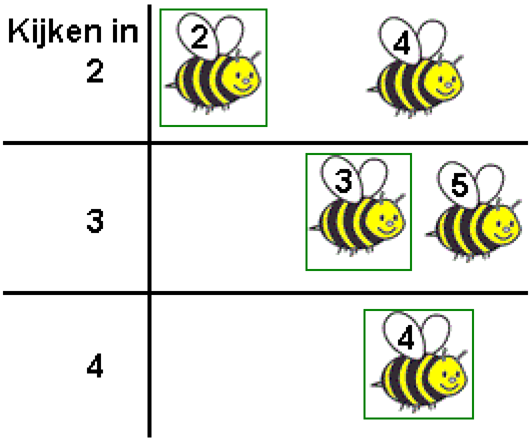
14. Bezige bijtjes

a. Alle wegen leiden naar … honing

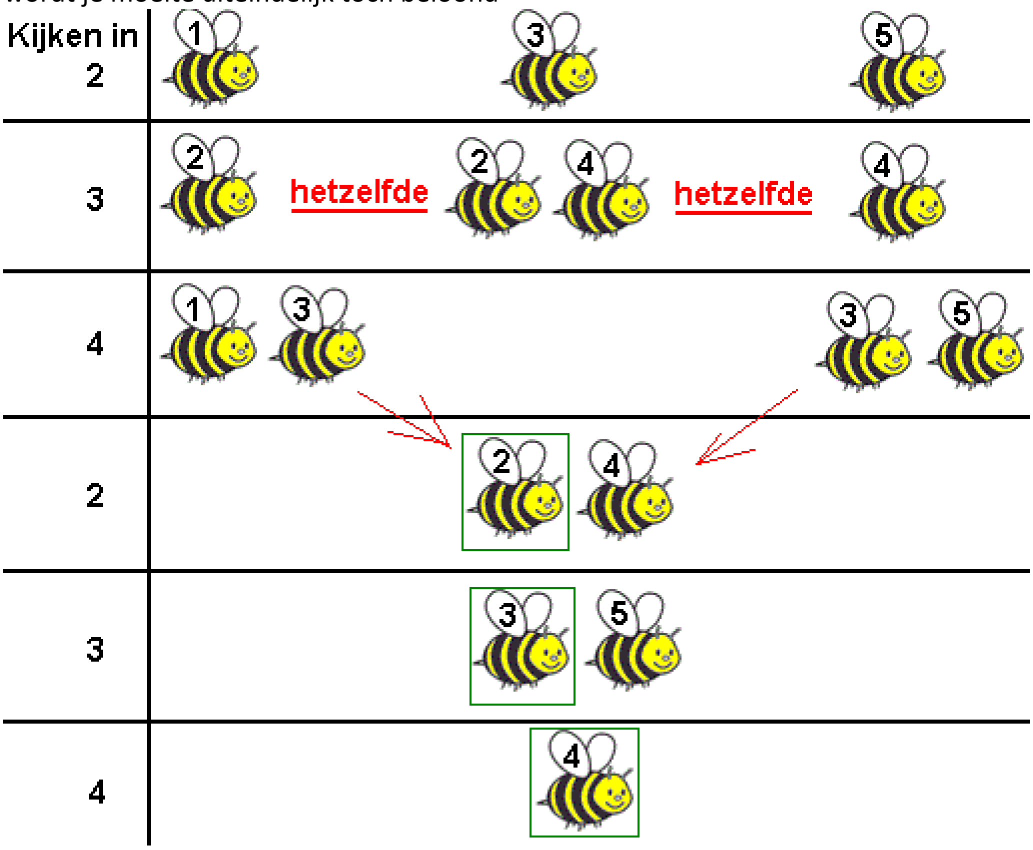
We laten de bij lopen in de richting van de cel met de honing
In het plaatje is te zien hoeveel mogelijkheden de bij heeft vanaf het beginpunt tot aan de cel met de honing. Voor aangrenzende cellen is dat 1. Dan is er een cel die de bij op twee manieren kan bereiken.
Het aantal mogelijkheden neemt toe: steeds moet je de aantallen van de twee bovenliggende cellen bij elkaar optellen. Zo vinden we als antwoord 35.
Je kan de oplossing ook vinden door de combinatie van zeven elementen 3 aan 3 te berekenen en dit is 35
De bij moet 7 stappen doen om de honing te bereiken

b. To be are not to bee?

Je controleert eerst cel 2, daarna 3 en tot slot 4. Herhaal het proces als je de bij op de derde dag nog niet hebt gevonden.
Begin bij cel 2. Zit de bij erin? Dan ben je al gewonnen. Geen bij te bespeuren? Dan zit de bij volgens onze hypothese in cel 4. Ze gaat nu naar cel 3 of cel 5.
We controleren cel 3. Als je geen bij ziet dan zit de bij in 5. Ze gaat naar cel 4 en daar vind je ze.



De bij zit in een cel met een oneven getal: 1, 3 of 5
In dat geval vind je het bij niet terug op de derde dag. Maar als je dezelfde strategie herhaalt, dan wordt je moeite uiteindelijk toch beloond



Stel dat de bij in cel 1, 3, of 5 zit, dan kan ze na 3 maal kijken enkel maar in een cel met een even getal zitten.
Kortom, als je na 3 keer kijken de bij niet hebt teruggevonden in cel 4, volg de strategie dan opnieuw en controleer de cellen, 2, 3, 4 in die volgorde. Zo vind je de bij gegarandeerd terug.
Het maximaal aantal keer dat je dus met deze strategie moet kijken is 6.

15. Magie

a. Helderziende

Op de rode kaartjes staan de getallen: 364, 265, 760, 463 en 562.
Algemene voorstelling: a6b => het getal is 100a + 60 + b en a + b = 7
Op de groene kaartjes staan de getallen: 890, 494, 791, 395 en 296.
Algemene voorstelling: c9d=> het getal is 100c + 90 + d en c + d = 8

Op de blauwe kaartjes staan de getallen: 556, 853, 754, 457 en 952.
Algemene voorstelling: e5f=> het getal is $100e + 50 + f$ en $e + f = 11$
Som van de drie getallen :

$$100a + 60 + b + 100c + 90 + d + 100e + 50 + f = 100(a + c + e) + 200 + b + d + f$$
$$= 100(a + c + e + 2) + b + d + f$$

Getal van de voorste twee cijfers: $a + c + e + 2$
Getal van de achterste twee cijfers: $b + d + f$
Som: $a + c + e + 2 + b + d + f = 7 + 8 + 11 + 2 = 28$

b. De super rekenaar

Paars: 855, 657, 459, 954, 558 en 756
Algemene voorstelling: (13-a)5a => het getal is $100(13-a) + 50 + a$
Geel: 377, 872, 971, 179, 278 en 773
Algemene voorstelling: (10-b)7b => het getal is $100(10-b) + 70 + b$
Rood: 483, 384, 285, 780, 186 en 681
Algemene voorstelling: (7-c)8c => het getal is $100(7-c) + 80 + c$
Oranje: 642, 543, 345, 840, 147 en741
Algemene voorstelling: (8-d)4d => het getal is $100(8-d) + 40 + d$
Groen: 762, 960, 168, 564, 366 en 663
Algemene voorstelling: (9-e)6e => het getal is $100(9-e) + 60 + e$
Som:

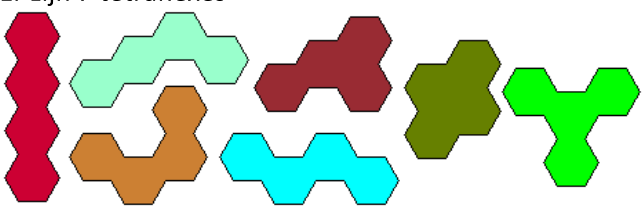
$$100(13-a) + 50 + a + 100(10-b) + 70 + b + 100(7-c) + 80 + c + 100(8-d) + 40 + d + 100(9-e) + 60 + e =$$
$$100(13-a+10-b+7-c+8-d+9-e) + 300 + a+b+c+d+e= 100(47-a-b-c-d-e+3) + a+b+c+d+e =$$
$$100(50 – (a+b+c+d+e)) + (a+b+c+d+e)$$

Het getal gevormd door de eerste twee cijfers van de som is $50 – (a+b+c+d+e)$ en het getal gevormd door de eerste twee cijfers van de som is $a+b+c+d+e$
Om te controleren of leerlingen het begrepen hebben zou men kunnen vragen om dobbelstenen te maken met andere getallen (eventueel ook de tientallen wijzigen van de getallen)

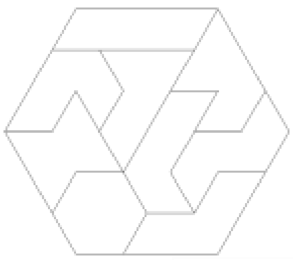
16. Zeshoeken

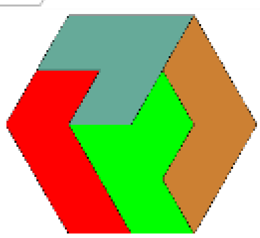
a. Met bloemetjes en bijtjes

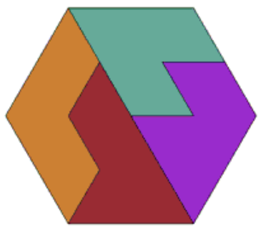
Er zijn 7 tetrahexes



b. Zeshoek met hexamonds





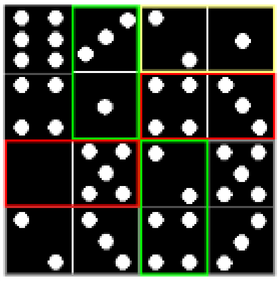


17. Van de wal naar de sloot

1. 99 = (9 + 2) x 9

Som van de twee getallen vermenigvuldigen met het eerste getal.

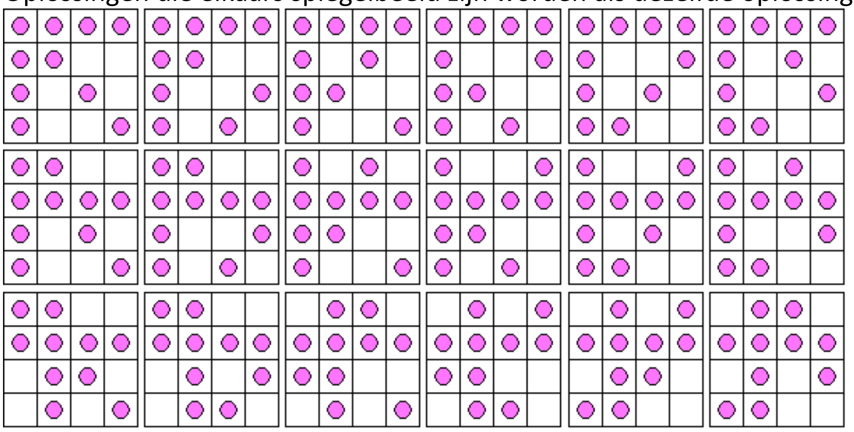
2.Van één schakel alle drie losmaken. Die drie gebruiken als tussenschakel in de overige vier.

3. 

4. Kijk of de pentomino juist is.

5.Het grootste bedrag (geheel aantal €) dat we niet exact met deze twee soorten jetons kunnen betalen is 31€. De getallen 32,33, … 50 zijn allen te schrijven als de som van een 5-voud en een 9-voud.

6 Er zijn 18 verschillende oplossingen. Er is echter telkens 4+2+2+2 horizontaal en verticaal. Oplossingen die elkaars spiegelbeeld zijn worden als dezelfde oplossing beschouwd.



7.

volle	halfvolle	lege
0	10	0
5	0	5
5	0	5
volle	halfvolle	lege
5	0	5
3	4	3
2	6	2
volle	halfvolle	lege
4	2	4
3	4	3
3	4	3

volle	halfvolle	lege
4	2	4
4	2	4
2	6	2
volle	halfvolle	lege
5	0	5
1	8	1
4	2	4

Merk op: In feite hoeven slechts de volle flesjes verdeeld te worden en worden aan de dames evenveel lege als volle flesjes gegeven. Tenslotte worden de flesjes aangevuld met halfvolle flesjes tot 10.

8.

De kleinste omtrek is er als we 6 stukjes in de lengte leggen en 4 in de breedte. De omtrek is (6+4).2=20
De vier hoekstukjes werden dubbel geteld, dus bestaat de puzzel uit 20-4 randstukjes.
Je kan natuurlijk dit probleem stellen met een groter aantal stukjes.

9.

De som van alle getallen van de klok is 78.
In elk gebroken deel is de som van de getallen 78:3 = 26

10. Eén oplossing kan zijn:
K(ikker)4 gaat naar V(eld)4 en K3 springt naar V5

K2 gaat naar V3

K4 springt naar V2 en K5 springt naar V4

K6 gaat naar V6

K3 springt naar V7, K2 springt naar V5 en K1 springt naar V3

K4 gaat naar V1 en K5 springt naar V2

K6 springt naar V4 en K2 gaat naar V6

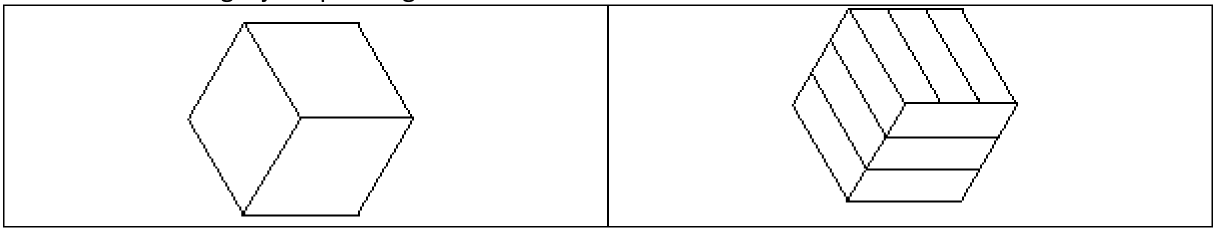
K1 springt naar V5 en K6 gaat naar V3

11.

De oppervlakte van de rechthoekige driehoek bedraagt 6 eenheden.
Er zijn 3 vierkantjes van één eenheid verdwenen.

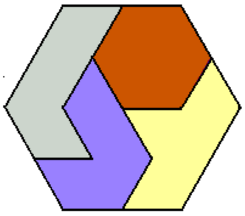
12. In het slechtste geval nemen we als eerste zes etiketten van elke soort twee daarna is er zeker van een soort drie. Dus om zeker te zijn van een trio moeten we er zeven nemen.

13. Omdat 9 = 3x3 verdelen we eerst de zeshoek in 3 congruente stukken en daarna elk van deze stukken in 3 congruente stukken
Hieronder een mogelijke oplossing:



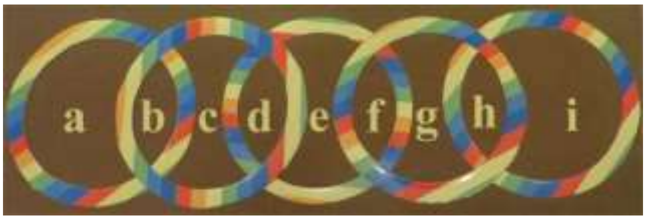
14 Ik kies een bal uit de doos met het label rode en gouden ballen.
In ons voorbeeld neem je dan een gouden bal dan weet je dat dit de doos is met de gouden ballen.
De doos met het label "rood" bevat rode en gouden ballen en de doos met het label "goud" bevat de rode ballen.

15



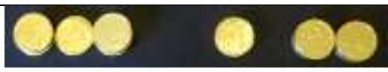
16.

17.



9+x+y = 11 kan niet met x en y van 1 t/m 8 => 9 behoort tot een cirkel waarin 2 letters staan en niet tot een cirkel met 3 letters.
Voorbeeld a = 9 en dan is b = 2
8+x+y = 11 kan niet met x en y waarden 1, 3, 4, 5, 6 en 7 =>8 behoort tot een cirkel waarin 2 letters staan en niet tot een cirkel met 3 letters => i = 8 en dan is h = 3
a+b+c+d+e+f+g+h+i = 45
a+b = 11, b+c+d = 11, d+e+f = 11, f+g+h = 11, h+i = 11 => a+2b+c+2d+e+2f+g+2h+I = 55
b+d+f+h = 10
d+f = 5 en **e= 6**
18. Er zijn 16 verschillende scores: 0, 10, 20, 25, 30, 35, 45, 50, 60, 70, 75, 85, 100, 110, 125 en 150
19. zij x de maand en y de geboortedag
achtereenvolgens wordt het 5x, 5x+7, 4(5x+7)=20x+28, 20x+28+13=20x+41, 5(20x+41)=100x+205, 100x+205+y
Zelf – 205 => 100x+y

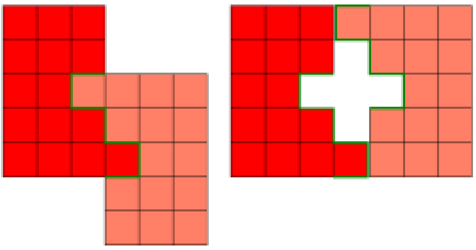
20. Een mogelijke oplossing:

 Stapel op plaats 1	 Stapel op plaats 3
 Stapel op plaats 9	 en 

21.

De kraal in het zwarte vakje is **rood**

22.

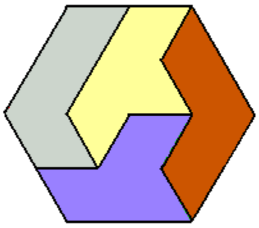


23 Als de voorste allebei grijs hebben, weet de achterste dat hij zelf rood heeft. Maar hij zegt niets, dus de voorste twee: beide rood of rood + grijs. Als de voorste grijs heeft, weet de middelste dus dat hij rood heeft. Hij zegt niets, dus de voorste heeft rood

24.

25. Je moet 10 ballen nemen als je er zeker van wilt zijn dat je twee zilveren ballen achter elkaar uit de doos hebt gehaald.

26.



27. Dit probleem kun je eenvoudig oplossen met een vergelijking, waarbij je het oorspronkelijke aantal munten als onbekende x neemt.

Als Ahmed wakker wordt, liggen er nog x munten. Hij eet $\frac{1}{3}$ x ervan op. Er resten nog $\frac{2}{3}$ x munten. Als Boshaai wakker wordt, eet hij $\frac{1}{3}$ van $\frac{2}{3}$ x op, dat is $\frac{2}{9}$ x

Er blijven over: $\frac{2}{3}x - \frac{2}{9}x = \frac{4}{9}x$

Als Charif wakker wordt, eet hij $\frac{1}{3}$ van $\frac{4}{9}$ x op, dat is $\frac{4}{27}$ x

Er blijven over: $\frac{4}{9}x - \frac{4}{27}x = \frac{8}{27}x$

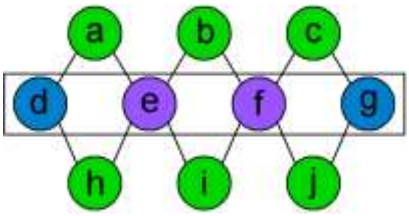
$\frac{8}{27}x = 8$ dus is $x = 27$

28. X en Z, K en Y, Q en T zijn telkens de letters die op overstaande zijvlakken staan.

29.Het juiste antwoord is 6 en de groene kaart.
Het 'als...dan'-statement kan alleen gevalideerd worden als we een even getal omdraaien EN als we een kaart omdraaien die niet blauw is.
De oneven '3' is irrelevant, want die is niet opgenomen in het statement. Ook de blauwe kaart hoeven we niet om te draaien, want een oneven getal op de achterkant zou de stelling niet ontkrachten.
Als we echter de even '6' omdraaien en de achterkant is niet blauw, dan is de stelling ontkracht. Als we de groene kaart omdraaien en er komt een even getal tevoorschijn, dan is de stelling ook ontkracht.

30. Stel x en y zijn de getallen die gegooid worden.
$10x + y + 10y + x = 11x + 11y = 110 \Rightarrow x + y = 10$
De getallen zijn dus 4 en 6 of 5 en 5.
Omdat het verschil tussen de gevormde getallen zo groot mogelijk moet zijn, zijn die getallen 4 en 6

18. Twee leuke puzzels



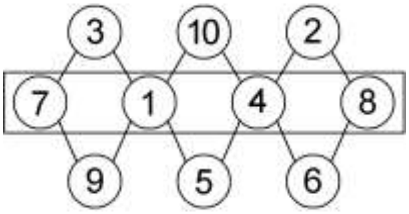
a. 3Diamantes

De groene plaatsen komen 1x voor, de blauwe plaatsen 2x en de paarse plaatsen 3x.

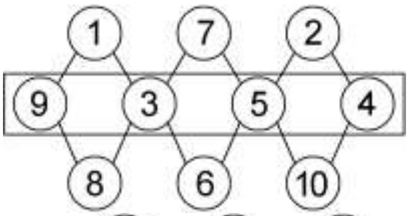
1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55

a+d+e+h=b+e+f+i=c+f+g+j=d+e+f+g

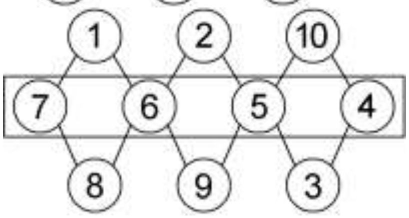
Er zijn 256 oplossingen met een som van 20 en 24.
Er zijn 240 oplossingen met een som van 21 en 23.
Er zijn 768 oplossingen met een som van 22.



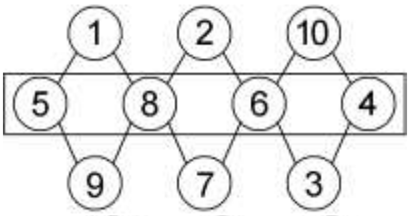
Som: 20
a+b+c+2d+3e+3f+2g+h+i+j = 80
d+2e+2f+g = 25 en d+e+f+g = 20 => e+f = 5



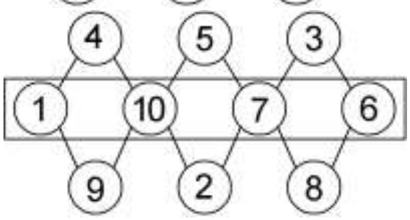
Som: 21
a+b+c+2d+3e+3f+2g+h+i+j = 84
d+2e+2f+g = 29 en d+e+f+g = 21 => e+f = 8



Som: 22
a+b+c+2d+3e+3f+2g+h+i+j = 88
d+2e+2f+g = 33 en d+e+f+g = 22 => e+f = 11

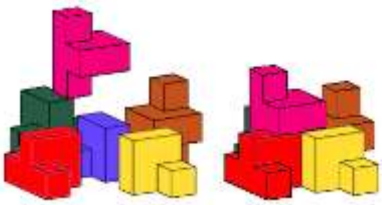


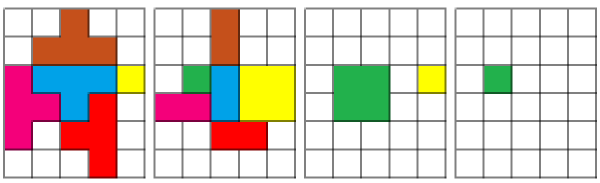
Som: 23
a+b+c+2d+3e+3f+2g+h+i+j = 92
d+2e+2f+g = 37 en d+e+f+g = 23 => e+f = 14



Som: 24
a+b+c+2d+3e+3f+2g+h+i+j = 96
d+2e+2f+g = 41 en d+e+f+g = 24=> e+f = 17

b. De blauwe geluksvogel

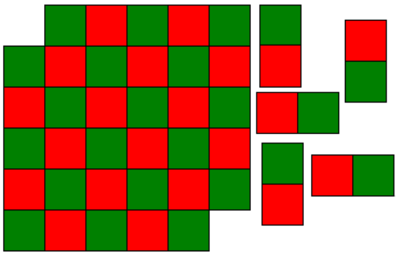




19. Domino's en tetromino's

a. Domino's op een bord

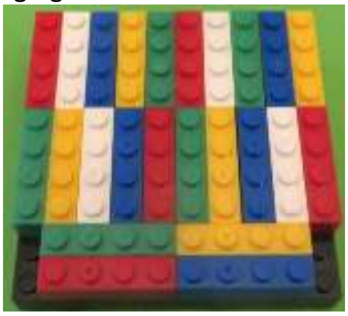
We kleuren het schaakbord groen/rood en ook de dominostenen.

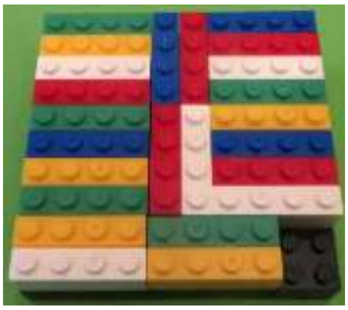


Het bord heeft 18 groene vakjes en 16 rode. De 17 dominostenen hebben 17 rode en 17 groene vakjes.
Je zal dus nooit het bord kunnen bedekken met 17 dominostenen.

b. De I-tetromino op een dambord

Je kan een bord van 10x10 nooit vullen met 25 stukjes van 4x1
Een paar pogingen:



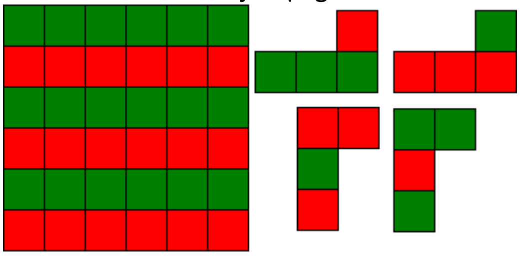


Deel het bord eerst op in 2x2 vierkantjes. Het bord bestaat dan uit 25 zulke vierkantjes.
Als je met gele linksboven begint dan worden er 13 grote vierkantjes geel en 12 grote rood

Er zijn dus meer gele vakjes (13x4=52) dan rode vakjes (12x4=48) op het bord. Een legoblokje van 1x4 bedekt altijd 2 rode en 2 gele vakjes, hoe je hem ook neerlegt op het bord(zie 2de foto). Het lukt dus nooit om het bord met 25 I-tetromino's te bedekken.

c. De L-tetromino op een dambord

Men kan een 6x6-bord nooit opvullen met 9 L-tetromino's
Deel het bord in 6 rijen (3 groene en 3 rode). Er zijn 18 rode en 18 groene vierkantjes.



De L-tetromino bedekt altijd 3 vakjes van de ene kleur en 1 vakje van de andere. Met een oneven (=9) aantal L-tetromino's kan men dus nooit 18 rode en evenveel (18) groene vakjes bedekken.